

Σ	Z1	Z2	Z3

Teoria Obliczeń i Złożoności Obliczeniowej
Kolokwium II (30. I 2015)

Imię i nazwisko: _____

B

[10pkt.] Zadanie 1. (ILP.) W problemie DOMINATINGSET mamy dany graf nieskierowany $G = (V, E)$ oraz liczbę naturalną k . Pytamy czy istnieje zbiór S wierzchołków taki, że: (a) $\|S\| \leq k$, oraz (b) każdy wierzchołek $v \in V$ albo należy do S albo ma sąsiada w S . Proszę pokazać, że problem DOMINATINGSET redukuje się do problemu programowania całkowitoliczbowego (ILP).

[10pkt.] Zadanie 2. (Klasyfikacja.) W problemie MEDICALTEAM mamy dany zbiór $H = \{h_1, \dots, h_m\}$ lekarzy, zbiór $D = \{d_1, \dots, d_n\}$ chorób, oraz liczby naturalne t i k . Mamy także funkcję $f : H \times D \rightarrow \{0, 1\}$ taką, że dla każdego lekarza h_i , $1 \leq i \leq m$, i każdej choroby d_j , $1 \leq j \leq n$, mamy:

$$f(h_i, d_j) = \begin{cases} 1 & \text{jeśli lekarz } h_i \text{ wie jak leczyć chorobę } d_j, \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

Pytamy, czy da się wybrać k lekarzy tak, żeby każdą z chorób umiało wyleczyć co najmniej t lekarzy. Proszę udowodnić, że problem MEDICALTEAM jest NP-zupełny. (Podpowiedź: Istnieje prosta redukcja z problemu SETCOVER.)

[10pkt.] **Zadanie 3. (Pytania testowe.)** W każdym z poniższych pytań jest dokładnie jedna poprawna odpowiedź. Proszę dla każdego z pytań ją zaznaczyć.

A. [2pkt.] Język A jest NP-zupełny. Aby wykazać NP-zupełność języka B wystarczy, że:

- (a) $B \leq_p^m A$ oraz $B \in \text{NP}$.
- (b) $A \leq_p^m B$ oraz $B \in \text{NP}$.
- (c) $A \leq_p^m B$
- (d) $B \leq_p^m A$

B. [2pkt.] Załóżmy, że $P \neq \text{NP}$. Język A jest NP-zupełny. Mamy dany język $B = \{0^n \mid \Sigma^n \cap A = \emptyset\}$. Co można powiedzieć o języku B ?

- (a) B jest NP-zupełny.
- (b) B nie jest NP-zupełny.
- (c) Żadne z pozostałych.
- (d) B nie należy do NP.

C. [2pkt.] Profesor X twierdzi, że znalazł algorytm dla problemu CLIQUE o następujących własnościach: Mając na wejściu graf G oraz liczbę k , jeśli G nie posiada klikli o rozmiarze k , to algorytm odrzuca po n^4 krokach (gdzie n to ilość wierzchołków). W przeciwnym razie algorytm wypisuje wierzchołki z poszukiwanej klikli po 2^{n^2} krokach. Co można powiedzieć o algorytmie profesora?

- (a) Jeśli taki algorytm istnieje to $P = \text{NP}$.
- (b) Jeśli taki algorytm istnieje to hierarchia wielomianowa jest nieskończona.
- (c) Taki algorytm jest znany i profesor nie odkrył niczego nowego.
- (d) Taki algorytm na pewno nie może istnieć.

D. [2pkt.] Który z poniższych problemów jest NP-zupełny?

- (a) SAT-CNF2 – spełnialność formuł w postaci CNF, gdzie każda zmienna występuje najwyżej dwa razy.
- (b) HornSAT – spełnialność formuł w postaci CNF z klauzulami Horn'a
- (c) SAT-CNF – spełnialność formuł w postaci CNF
- (d) SAT-2CNF – spełnialność formuł w postaci CNF z najwyżej dwoma literałami na klauzulę.

E. [2pkt.] Mówimy, że język A redukuje się w czasie wielomianowym do języka B jeśli istnieje funkcja f obliczalna w czasie wielomianowym, taka że dla każdego słowa x zachodzi:

- (a) $x \in A \iff f(x) \in B$.
- (b) $x \in B \implies f(x) \in A$.
- (c) $x \in A \implies f(x) \in B$.
- (d) $x \in A \leftarrow f(x) \in B$.