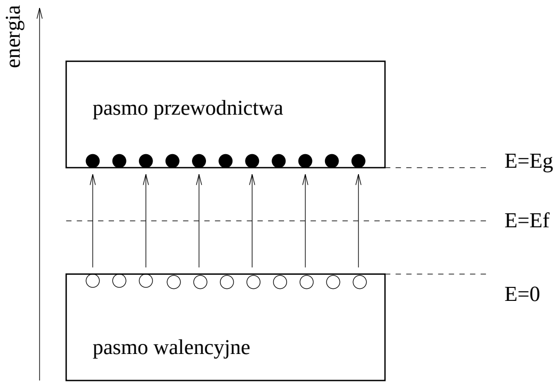
Zadania z fizyki — Zestaw 8

Fizyka półprzewodników

WEAIiE - Informatyka, rok I, grupy 1, 3

1. Koncentrację elektronów n_e (liczbę na jednostkę objętości) w pasmie przewodnictwa można znleźć jako: $n_e = \frac{1}{a^3}\int g_e(E)F_e(E)dE$, całkując od dna do szczytu pasma przewodnictwa.

   - Załóżmy, że energię mierzymy od szczytu pasma walencyjnego: $g_e(E) = C_e(E-E_g)^{1/2}$, gdzie $C_e = \frac{(2m_e^*)^{3/2}a^3}{2\hbar^3\pi^2}$, oraz przyjmijmy temperaturę pokojową $k_BT = 25$ meV.



   Ponieważ dla półprzewodników samoistnych poziom Fermiego znajduje się w połowie przerwy energetycznej $E_F = E_g/2$, $E-E_F \geq 0.5$ eV a w konsekwencji $\exp((E-E_F)/k_BT) \gg 1$ i jedynkę w mianowniku funkcji Fermiego-Diraca $F(E) = [\exp((E-E_F)/(kT))+1]^{-1}$ można pominąć. Ze względu na fakt, iż funkcja eksponencjalna jest bardzo szybko malejąca dla ujemnych argumentów za górną granicę całkowania, nie popełniając dużego błędu, można przyjąć nieskończoność. Następnie mnożąc wyrażenie podcałkowe przez jedynkę:

$$\left(\frac{k_BT}{k_BT}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{E_g}{k_BT}\right)\exp\left(\frac{E_g}{k_BT}\right) = 1,$$

   oraz dokonując zamiany zmiennych $x = \frac{E-E_g}{k_BT}$ oraz korzystając z: $\int_0^\infty x^{1/2}e^{-x}dx = \sqrt{\pi}/2$, wyprowadzić wzór:

$$n_e = \frac{1}{4}\left(\frac{2m_e^*}{\pi\hbar^2}\right)^{3/2}(k_BT)^{3/2}\exp\left(\frac{E_F-E_g}{k_BT}\right).$$

   - Oszacować koncentrację elektronów w pasmie przewodnictwa w temperaturze pokojowej dla krzemu ($E_g = 1.1$ eV, $m_e^* = 0.31m_e$). Porównać ją z typową dla metali wartością 10^{28} elektronów swobodnych w m^3.
   - Przerwa energetyczna w diamencie (C) jest około 6 eV. Porównać koncentrację elektronów w diamencie n_e(C) i krzemie n_e(Si) zakładając takie same masy efektywne elektronów oraz temperaturę pokojową ($k_BT = 0.025$ eV). W obu przypadkach przyjąc $E_F = E_g/2$.

2. Spróbujmy znaleźć również koncentrację dziur w pasmie walencyjnym: $n_h = \frac{1}{a^3}\int g_h(E)F_h(E)dE$ przy czym tym razem całkujemy od dna pasma walencyjnego do jego szczytu. Prawdopodobieństwo znalezienia dziury o energii E w pasmie walencyjnym jest takie samo jak nieobecności elektronu o tej samej energii w tym pasmie: $F_h = 1-F_e$. Przy obranej jak w poprzednim zadaniu skali energii, energia w pasmie walencyjnym jest ujemna i przy założeniu $E_F = E_g/2$, $E_F - E \gg k_BT$

co znów znacznie uprości rachunki. Gęstość stanów dana jest wzorem $g_h(E) = C_h(-E)^{1/2}$, gdzie $C_h = \dfrac{(2m_h^*)^{3/2}a^3}{2\hbar^3\pi^2}$. Znaleźć koncentrację dziur n_h w półprzewodniku samoistnym:

$$n_h = \frac{1}{4}\left(\frac{2m_h^*}{\pi\hbar^2}\right)^{3/2}(k_BT)^{3/2}\exp\left(\frac{-E_F}{k_BT}\right),$$

przyjmując za dolną granicę całkowania $-\infty$ oraz dokonując zamiany zmiennych $x = -\dfrac{E}{k_BT}$.

3. W półprzewodniku samoistnym koncentracja elektronów w pasmie przewodnictwa i dziur w pasmie walencyjnym jest taka sama $n_e = n_h$. Równość ta pozwala zlokalizować poziom Fermiego w półprzewodnikach samoistnych.

   - Proszę znaleźć zależność E_F od przerwy energetycznej E_g, temperatury T oraz mas efektywnych elektornów m_e^* i dziur m_h^* dla półprzewodników samoistnych:

   $$E_F = \frac{E_g}{2} + \frac{3}{4}k_BT\ln\frac{m_h^*}{m_e^*}$$

   - Znaleźć wartość iloczynu n_en_h (prawo działania mas).

4. W przypadku wprowadzenia do struktury krystalicznej półprzewodnika samoistnego domieszek pierwiastków III lub V grupy uzykuje się tzw. **półprzewodniki domieszkowe** z dodatkowymi **donorowymi** E_D badź **akceptorowymi** E_A poziomami energetycznymi leżącymi w dotychczas niedostępnej przerwie energetycznej. Wówczas ilość elektronów w pasmie przewodnictwa jest równa ilości dziur w pasmie walencyjnym oraz ilości zjonizowanych atomów domieszek $n_e = n_h + n_D^+$. Prowadzi to do równania na energię Fermiego:

$$n_C\exp\left(-\frac{E_g - E_F}{k_BT}\right) = n_V\exp\left(-\frac{E_F}{k_BT}\right) + n_D\left[1 - \frac{1}{\exp\left(\frac{E_D - E_F}{k_BT}\right) + 1}\right],$$

gdzie $n_C = \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{2m_e^*k_BT}{\pi\hbar^2}\right)^2$ i $n_V = \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{2m_h^*k_BT}{\pi\hbar^2}\right)^2$.

   - Numerycznie wyznaczyć zależność $E_F(T)$ dla 10 K$\leq T \leq 2500$ K.
   - Po znalezieniu E_F wyznaczyć n_e i n_h.

$n_D = 10^{24}$ m^{-3}, $E_g = 1.1$ eV, $E_g - E_D = 0.04$ eV, $m_e^* = 0.31m$, $m_h^* = 0.38m$, $k_B = 8.63\times 10^{-5}$ eV/K.

Krzysztof Malarz, 98/12/13