

Imię i nazwisko: _____

Grupa: _____

WYDZIAŁ INFORMATYKI, KIERUNEK INFORMATYKA

MATEMATYKA DYSKRETNA

KOLOKWIUM II

25 stycznia 2024 r.

CZAS TRWANIA KOLOKWIUM: 80 minut.

Ocenie podlegają WSZYSTKIE spośród 5 zadań.

Do każdego zadania (i każdego podpunktu) trzeba dołączyć pełne rozwiązanie. Należy rozwinąć wszystkie wyrażenia i symbole, których nie można obliczyć na kalkulatorze - dopuszczalne jest pozostawienie w rozwiązaniach symboli $\binom{n}{k}$, $n!$ i operatorów arytmetycznych

ZABRONIONE JEST KORZYSTANIE Z URZĄDZEŃ ELEKTRONICZNYCH!

1. Znajdź wzór jawny ciągu zadanego zależnością rekurencyjną:

$$a_n = 10a_{n-2} - 3a_{n-1} + 6n + 1, n \geq 2,$$

$$a_0 = 3, a_1 = -6.$$

2. Niech a_n oznacza liczbę parami różnych rozmieszczeń n jednakowych kul w czterech koszach, jeśli spełnione są następujące warunki: w koszu zielonym znajdują się maksymalnie 3 kule, w czerwonym i niebieskim liczba kul jest parzysta, natomiast w koszu fioletowym znajduje się 6 lub 9 kul. Skonstruuj funkcję tworzącą dla ciągu $\{a_i\}$ oraz oblicz wartość a_{20} .

3. Korzystając z twierdzenia Burnside'a wyznacz liczbę parami nierównoważnych pokolorowań ścian czworościanu foremnego za pomocą co najwyżej trzech kolorów.

4. Skonstruuj wszystkie parami nieizomorficzne drzewa o 7 wierzchołkach mające nie więcej niż 4 liście.

5. Niech $n \geq 4$.

(a) Wyznacz liczbę wszystkich cykli w grafie pełnym K_n .

(b) Wyznacz liczbę wszystkich ścieżek hamiltonowskich w grafie pełnym dwudzielnym $K_{n,n+1}$.

(c) Oszacuj liczbę cykli w grafie spójnym o n wierzchołkach i $n + 1$ krawędziach.

Imię i nazwisko: _____

Grupa: _____

WYDZIAŁ INFORMATYKI, KIERUNEK INFORMATYKA
MATEMATYKA DYSKRETNA

KOLOKWIUM II

25 stycznia 2024 r.

CZAS TRWANIA KOLOKWIUM: 80 minut.

Ocenie podlegają WSZYSTKIE spośród 5 zadań.

Do każdego zadania (i każdego podpunktu) trzeba dołączyć pełne rozwiązanie. Należy rozwinąć wszystkie wyrażenia i symbole, których nie można obliczyć na kalkulatorze - dopuszczalne jest pozostawienie w rozwiązaniach symboli $\binom{n}{k}$, $n!$ i operatorów arytmetycznych

ZABRONIONE JEST KORZYSTANIE Z URZĄDZEŃ ELEKTRONICZNYCH!

1. Znajdź wzór jawny ciągu zadanego zależnością rekurencyjną:

$$a_n = 10a_{n-2} - 3a_{n-1} + 6n - 5, \quad n \geq 2,$$

$$a_0 = 2, \quad a_1 = -9.$$

2. Niech a_n oznacza liczbę parami różnych rozmieszczeń n jednakowych kul w czterech koszach, jeśli spełnione są następujące warunki: w koszu zielonym znajdują się maksymalnie 3 kule, w czerwonym i niebieskim liczba kul jest nieparzysta, natomiast w koszu fioletowym znajduje się 5 lub 9 kul. Skonstruuj funkcję tworzącą dla ciągu $\{a_i\}$ oraz oblicz wartość a_{18} .

3. Korzystając z twierdzenia Burnside'a wyznacz liczbę parami nierównoważnych pokolorowań ścian czworościanu foremnego za pomocą co najwyżej trzech kolorów.

4. Skonstruuj wszystkie parami nieizomorficzne drzewa o 7 wierzchołkach mające nie mniej niż 3 liście.

5. Niech $n \geq 4$.

(a) Wyznacz liczbę wszystkich cykli w grafie pełnym K_n .

(b) Wyznacz liczbę wszystkich ścieżek hamiltonowskich w grafie pełnym dwudzielnym $K_{n,n-1}$.

(c) Oszacuj liczbę cykli w grafie spójnym o n wierzchołkach i $n + 1$ krawędziach.