

Zadania 7 - funkcje tworzące

1. Znajdź ciąg, którego funkcją tworzącą jest:

a) $f(x) = \frac{x}{1-x}$

b) $f(x) = \frac{1}{x^2-4x+4}$

c) $f(x) = \frac{1}{x^2-4x+13}$

2. Znajdź funkcję tworzącą ciąg:

a) $a_n - 5a_{n-1} + 6a_{n-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$,
 $a_0 = 1, a_1 = 1$

b) $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} - 2a_{n-3}$,
 $a_0 = 0, a_1 = 2, a_2 = 0$

3. Podaj funkcję tworzącą, której współczynnik przy x^{20} jest liczbą całkowitoliczbowych nieujemnych rozwiązań równania $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$, takich, że $x_2 \geq 2$, $x_3 \leq 5$, a x_4 jest parzyste.
4. Podaj wykładniczą funkcję tworzącą, której współczynnik przy $\frac{x^6}{6!}$ jest liczbą ciągów długości 6 złożonych z cyfr 1, 2, 3 i 4 takich, że 1 i 2 pojawiają się parzystą liczbę razy, a 3 i 4 nieparzystą.