

Zestaw 5 - Rozkłady ciągłe i mieszane

1. Wyznacz stałą A tak, aby funkcja

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 5e^{-Ax}, & x \geq 0 \end{cases}$$

była gęstością prawdopodobieństwa zmiennej losowej X . Oblicz $P(X > 1)$ i zaznacz je na wykresie gęstości i dystrybuanty.

Rozkład użyty w tym zadaniu ma swoją nazwę: rozkład wykładniczy.

2. Wyznacz stałą A tak, aby funkcja

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{x^4}, & |x| \geq 1 \\ 0, & |x| < 1 \end{cases}$$

była gęstością prawdopodobieństwa zmiennej losowej X . Oblicz $P(X > 2)$.

3. Wyznacz stałą A tak, aby funkcja

$$f(x) = \frac{2A}{e^x + e^{-x}}$$

była gęstością prawdopodobieństwa zmiennej losowej X . Wyznacz dystrybuantę X .

4. Gęstością prawdopodobieństwa zmiennej losowej X jest

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{1}{2}, & 1 \leq x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases} .$$

Wyznacz dystrybuantę zmiennej losowej X .

Rozkład użyty w tym zadaniu ma swoją nazwę: rozkład jednostajny.

5. Dystrybuanta zmiennej losowej X dana jest wzorem

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -3 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{1}{3}x, & x \in [-3, 3) \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

Wyznacz gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej X .

6. Dany jest rozkład zmiennej losowej $P_X = a\delta_{-1} + \frac{1}{3}\delta_4 + f\mathcal{L}$, gdzie

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & x \in (0, 1) \\ 0, & x \notin (0, 1) \end{cases} .$$

Wyznacz parametr a . Wyznacz część ciągłą i dyskretną rozkładu. Znajdź dystrybuantę i narysuj jej wykres. Oblicz i zaznacz na wykresie dystrybuanty $P(X \in [0, 4])$ i $P(X \in [1, 4])$.

7. Dany jest rozkład zmiennej losowej $P_X = \frac{1}{3}\delta_{-3} + \frac{1}{4}\delta_0 + f\mathcal{L}$, gdzie

$$f(x) = \begin{cases} ax^2, & x \in (0, 1) \\ 0, & x \notin (0, 1) \end{cases}.$$

Wyznacz parametr a . Wyznacz część ciągłą i dyskretną rozkładu. Znajdź dystrybuantę i narysuj jej wykres. Oblicz i zaznacz na wykresie dystrybuanty $P(X \in (0, 1])$ i $P(|X| \leq 2)$.

8. Dany jest rozkład zmiennej losowej

$P_X = \frac{1}{4}\delta_2 + \frac{1}{5}\delta_4 + f\mathcal{L}$, gdzie

$$f(x) = \begin{cases} ax, & x \in (0, 1) \\ \frac{1}{5}, & x \in [1, 3) \\ 0, & x \notin (0, 3) \end{cases} .$$

Wyznacz parametr a . Wyznacz część ciągłą i dyskretną rozkładu. Znajdź dystrybuantę i narysuj jej wykres.

9. Dystrybuantą zmiennej losowej X jest

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ \frac{1}{3}, & -1 \leq x < 1 \\ \frac{1}{18}(x^2 + 5), & 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{2}, & 2 \leq x < 4 \\ 1, & x \geq 4 \end{cases} .$$

Znajdź rozkład zmiennej losowej X .