Artur Fortuna

Zestaw 6 - Momenty zmiennych losowych

1. Oblicz wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe dla zmiennej losowej opisującej wynik jednokrotnego rzutu kością K6.

2. Oblicz $E(X)$ i $V(X)$ dla rozkładu $P_X = \sum_{n=1}^{\infty} 4 \cdot 5^{-n}\, \delta_{2^n}$. Czy istnieje trzeci moment zwykły?

3. Niech $P_X = \sum_{n=1}^{\infty} 2 \cdot 3^{-n}\, \delta_{3^{n-1}}$. Czy istnieje $E(X)$? Oblicz $E(\sqrt{X})$.

4. Niech $P_X = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \delta_k$.
   Oblicz $E(X)$.

   Rozkład użyty w tym zadaniu ma swoją nazwę: rozkład Poisssona.

5. Niech $P_X = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n \delta_{(-1)^n \frac{2^n}{n}}$.
   Oblicz $E(X)$.

6. Niech $P_X = \sum_{k=1}^{\infty} q^{k-1} p \, \delta_k$
   ($p, q \in (0,1)$, $p + q = 1$).
   Oblicz $E(X)$ i $V(X)$.

   Rozkład użyty w tym zadaniu ma swoją nazwę: rozkład geometryczny.

7. Oblicz wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe dla zmiennej losowej

X o rozkładzie $P_X = f\mathcal{L}$,
gdzie

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in (0,1) \\ 0, & x \notin (0,1) \end{cases}.$$

8. Dany jest rozkład $P_X = f\mathcal{L}$, gdzie $f(x) = \frac{1}{\pi}\frac{1}{1+x^2}$, $x \in \mathbb{R}$. Czy istnieje $E(X)$?

9. Dany jest rozkład $P_X = f\mathcal{L}$, gdzie

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant 0 \\ \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \end{cases}$$

dla pewnej $\lambda > 0$. Oblicz $E(X)$ i $V(X)$. *Rozkład użyty w tym zadaniu ma swoją nazwę: rozkład wykładniczy.*

10. Oblicz $E(X)$ i $V(X)$ dla zmiennej losowej X o rozkładzie

$P_X = \frac{1}{6}\delta_{-1} + \frac{1}{3}\delta_4 + f\mathcal{L}$, gdzie

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in (0,1) \\ 0, & x \notin (0,1) \end{cases} .$$