

Zestaw 6 - Momenty zmiennych losowych

Artur Fortuna
AGH

Wprowadźmy pewną użyteczną operację:

$$E(g(X))$$

Wprowadźmy pewną użyteczną operację:

$$E(g(X))$$

Jak to się oblicza?

dla rozkładu dyskretnego skończonego

$$P_X = p_1\delta_{x_1} + p_2\delta_{x_2} + \cdots + p_n\delta_{x_n}$$

dla rozkładu dyskretnego skończonego

$$P_X = p_1\delta_{x_1} + p_2\delta_{x_2} + \cdots + p_n\delta_{x_n}$$

$$E(g(X)) = g(x_1)p_1 + g(x_2)p_2 + \cdots + g(x_n)p_n$$

dla rozkładu dyskretnego przeliczalnego

$$P_X = p_1\delta_{x_1} + p_2\delta_{x_2} + p_3\delta_{x_3} + \dots$$

dla rozkładu dyskretnego przeliczalnego

$$P_X = p_1\delta_{x_1} + p_2\delta_{x_2} + p_3\delta_{x_3} + \dots$$

$$E(g(X)) = g(x_1)p_1 + g(x_2)p_2 + g(x_3)p_3 + \dots$$

... który możemy też zapisać w postaci szeregu

$$P_X = \sum_{i=1}^{+\infty} p_i \delta_{x_i}$$

... który możemy też zapisać w postaci szeregu

$$P_X = \sum_{i=1}^{+\infty} p_i \delta_{x_i}$$

$$E(g(X)) = \sum_{i=1}^{+\infty} g(x_i) p_i$$

i dla rozkładu ciągłego

$$P_X = f \cdot \mathcal{L}$$

i dla rozkładu ciągłego

$$P_X = f \cdot \mathcal{L}$$

$$E(g(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f(x) \, dx$$

Możemy teraz podstawiać różne funkcje $g(x)$ i liczyć $E(g(X))$.
Niektóre z nich mają swoją nazwę.

Momenty zmiennych losowych

Możemy teraz podstawiać różne funkcje $g(x)$ i liczyć $E(g(X))$.
Niektóre z nich mają swoją nazwę.

Dla $g(x) = x$

Wartość oczekiwana

$$E(X)$$

I tutaj uwaga. Istnieje o ile $E(|X|) < +\infty$.

Momenty zmiennych losowych

Dla $g(x) = (x - m)^2$ i $m = E(X)$

Wariancja

$$V(X) = E\left((X - m)^2\right)$$

Momenty zmiennych losowych

Dla $g(x) = (x - m)^2$ i $m = E(X)$

Wariancja

$$V(X) = E\left((X - m)^2\right)$$

Ale tu wygodniej liczyć ze wzoru

Wariancja

$$V(X) = E\left(X^2\right) - (E(X))^2$$

Momenty zmiennych losowych

Dla $g(x) = (x - m)^2$ i $m = E(X)$

Wariancja

$$V(X) = E\left((X - m)^2\right)$$

Ale tu wygodniej liczyć ze wzoru

Wariancja

$$V(X) = E\left(X^2\right) - (E(X))^2$$

Odchylenie standardowe

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

Momenty zmiennych losowych

Dla $g(x) = x^k$

Moment rzędu k

$$E(X^k)$$

Momenty zmiennych losowych

Dla $g(x) = x^k$

Moment rzędu k

$$E(X^k)$$

Dla $g(x) = (x - m)^k$ i $m = E(X)$

Moment centralny rzędu k

$$E((X - m)^k)$$

Powodzenia!
Proszę pytać jeśli coś jest niejasne.