

# Zestaw 7 - Funkcje zmiennych losowych I

Artur Fortuna  
AGH

Zakładamy, że znamy rozkład zmiennej losowej  $X$ .

# Funkcje zmiennych losowych I

Zakładamy, że znamy rozkład zmiennej losowej  $X$ . Ale dostaliśmy nową zmienną  $Y$  i ta zmienna powstała z  $X$  przez pewne przekształcenie.

Zakładamy, że znamy rozkład zmiennej losowej  $X$ . Ale dostaliśmy nową zmienną  $Y$  i ta zmienna powstała z  $X$  przez pewne przekształcenie.

$$Y = g(X)$$

Zakładamy, że znamy rozkład zmiennej losowej  $X$ . Ale dostaliśmy nową zmienną  $Y$  i ta zmienna powstała z  $X$  przez pewne przekształcenie.

$$Y = g(X)$$

Będziemy uczyli się jak znaleźć rozkład  $Y$ .

# Funkcje zmiennych losowych I

Zakładamy, że znamy rozkład zmiennej losowej  $X$ . Ale dostaliśmy nową zmienną  $Y$  i ta zmienna powstała z  $X$  przez pewne przekształcenie.

$$Y = g(X)$$

Będziemy uczyli się jak znaleźć rozkład  $Y$ . Nie będziemy zajmowali się przypadkiem gdy  $X$  jest dyskretny - tu wystarczy przeliczyć wartości. Zajmiemy się rozkładami ciągłymi.

# Funkcje zmiennych losowych I

Zakładamy, że znamy rozkład zmiennej losowej  $X$ . Ale dostaliśmy nową zmienną  $Y$  i ta zmienna powstała z  $X$  przez pewne przekształcenie.

$$Y = g(X)$$

Będziemy uczyli się jak znaleźć rozkład  $Y$ . Nie będziemy zajmowali się przypadkiem gdy  $X$  jest dyskretny - tu wystarczy przeliczyć wartości. Zajmiemy się rozkładami ciągłymi. Na początek będzie sposób prostszy.

# Funkcje zmiennych losowych I

Zakładamy, że znamy rozkład zmiennej losowej  $X$ . Ale dostaliśmy nową zmienną  $Y$  i ta zmienna powstała z  $X$  przez pewne przekształcenie.

$$Y = g(X)$$

Będziemy uczyli się jak znaleźć rozkład  $Y$ . Nie będziemy zajmowali się przypadkiem gdy  $X$  jest dyskretny - tu wystarczy przeliczyć wartości. Zajmiemy się rozkładami ciągłymi. Na początek będzie sposób prostszy. Ma on jedną podstawową wadę - **nie działa, gdy funkcja  $g(x)$  jest stała na pewnym przedziale.**

# Funkcje zmiennych losowych I

Musimy znać:

- $f_X(x)$  - gęstość  $X$
- $g(x)$

# Funkcje zmiennych losowych I

Musimy znać:

- $f_X(x)$  - gęstość  $X$
- $g(x)$

Szukamy:

- $f_Y(x)$  - gęstości  $Y$

# Funkcje zmiennych losowych I

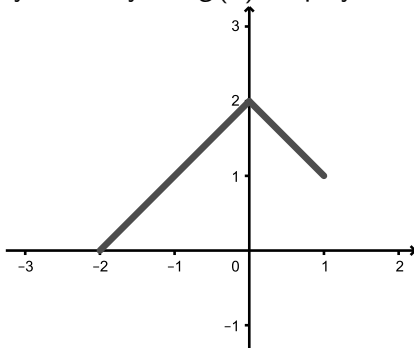
Musimy znać:

- $f_X(x)$  - gęstość  $X$
- $g(x)$

Szukamy:

- $f_Y(x)$  - gęstości  $Y$

Zawsze warto narysować wykres  $g(x)$  na przykład:



Krok I

Liczymy pochodną  $g$  czyli  $g'(x)$ .

## Krok I

Liczymy pochodną  $g$  czyli  $g'(x)$ .

Jeśli funkcja ma wzór klamerkowy, to liczymy osobno z każdego przepisu.

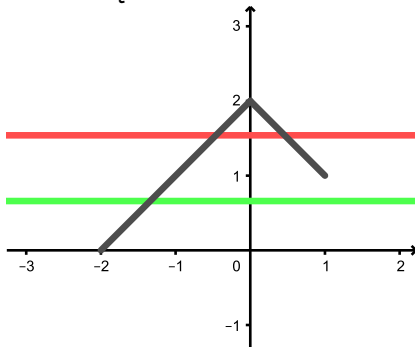
## Krok II

Dla każdego możliwego  $y$  rozwiązujemy równanie  $y = g(x)$  szukając  $x$ ów jako rozwiązań.

# Funkcje zmiennych losowych I

## Krok II

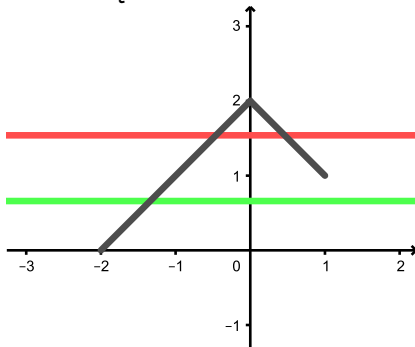
Dla każdego możliwego  $y$  rozwiązujemy równanie  $y = g(x)$  szukając  $x$ ów jako rozwiązań.



# Funkcje zmiennych losowych I

## Krok II

Dla każdego możliwego  $y$  rozwiązujemy równanie  $y = g(x)$  szukając  $x$ ów jako rozwiązań.

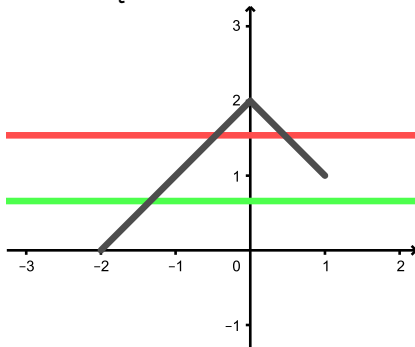


Wynik może być różny dla różnych  $y$ , może być też różna liczba rozwiązań, albo nie być ich wcale. Wyniki będą zależać od  $y$ .

# Funkcje zmiennych losowych I

## Krok II

Dla każdego możliwego  $y$  rozwiązujemy równanie  $y = g(x)$  szukając  $x$ ów jako rozwiązań.



Wynik może być różny dla różnych  $y$ , może być też różna liczba rozwiązań, albo nie być ich wcale. Wyniki będą zależęły od  $y$ . Przyjmijmy, że otrzymaliśmy rozwiązania  $x_1$ ,  $x_2$  i  $x_3$ .

Krok III

Piszemy wynik :)

Krok III

Piszemy wynik :)

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{f_X(x_1)}{|g'(x_1)|} + \frac{f_X(x_2)}{|g'(x_2)|}, & y \in \dots \\ \frac{f_X(x_3)}{|g'(x_3)|}, & y \in \dots \\ 0, & y \in \dots \end{cases}$$

Krok III

Piszemy wynik :)

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{f_X(x_1)}{|g'(x_1)|} + \frac{f_X(x_2)}{|g'(x_2)|}, & y \in \dots \\ \frac{f_X(x_3)}{|g'(x_3)|}, & y \in \dots \\ 0, & y \in \dots \end{cases}$$

W miejsce  $x_1, x_2, x_3$  podstawiamy wyliczone wartości.

Krok III

Piszemy wynik :)

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{f_X(x_1)}{|g'(x_1)|} + \frac{f_X(x_2)}{|g'(x_2)|}, & y \in \dots \\ \frac{f_X(x_3)}{|g'(x_3)|}, & y \in \dots \\ 0, & y \in \dots \end{cases}$$

W miejsce  $x_1, x_2, x_3$  podstawiamy wyliczone wartości.

Zero jest tam gdzie nie było rozwiązań, albo tam gdzie  $g'(x_i) = 0$ .

Powodzenia!  
Proszę pytać jeśli coś jest niejasne.