

Przedziały ufności

Uwaga! Uproszczony skrót. Po szczegóły odsyłam do notatek z wykładu.

parametry i oznaczenia

- $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ - średnia (estymator wartości oczekiwanej)
- $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2$ - estymator nieobciążony wariancji
- α - poziom istotności
- $1 - \alpha$ - współczynnik ufności
- $u_a = F^{-1}(a)$ dla rozkładu normalnego $\mathcal{N}(0, 1)$
- $t_{a,k} = F^{-1}(a)$ dla rozkładu t-Studenta o k stopniach swobody
- $\chi_{a,k}^2 = F^{-1}(a)$ dla rozkładu χ^2 o k stopniach swobody

przedział ufności dla średniej z dużej próbki

$$P\left(E(X) \in \left(\bar{X} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}\right)\right) = 1 - \alpha$$

przedział ufności dla średniej z małej próbki

$$P\left(E(X) \in \left(\bar{X} - t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}\right)\right) = 1 - \alpha$$

przedział ufności dla odchylenia standardowego z dużej próbki

$$P\left(\sigma(X) \in \left(\frac{S}{1 + \frac{u_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{2n}}}, \frac{S}{1 - \frac{u_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{2n}}}\right)\right) = 1 - \alpha$$

przedział ufności dla wariancji z małej próbki

$$P\left(\sigma^2(X) \in \left(\frac{nS^2}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}^2}, \frac{nS^2}{\chi_{\frac{\alpha}{2}, n-1}^2}\right)\right) = 1 - \alpha$$

Uwaga! Rozkłady t-Studenta i χ^2 są różnie opisane w różnych funkcjach różnych arkuszy kalkulacyjnych i w gotowych tablicach. Dlatego mogą być konieczne korekty we wzorach:

- zamiana $t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}$ na $t_{\alpha, n-1}$ w drugim wzorze - powinna to być taka funkcja by dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$ i 3 stopni swobody otrzymać $t \approx 3,182446$
- zamiana miejscami lewego i prawego końca przedziału w czwartym wzorze - powinna to być taka funkcja by dla poziomu istotności $\alpha/2 = 0,05$ i 3 stopni swobody otrzymać $\chi^2 \approx 7,814728$