Zestaw 8 - opcje europejskie

Artur Fortuna
AGH

Część dodatnia

Na początek zdefiniujemy prostą, a użyteczną funkcję.

Część dodatnia

Na początek zdefiniujemy prostą, a użyteczną funkcję.

Część dodatnia

$$x^+ = \begin{cases} x, & x \geqslant 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Część dodatnia

Na początek zdefiniujemy prostą, a użyteczną funkcję.

Część dodatnia

$$x^+ = \begin{cases} x, & x \geqslant 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Można też zdefiniować część ujemną, ale nie będzie nam potrzebna.

Co to jest opcja kupna?

Opcja kupna (*call*) to papier wartościowy będący umową między dwoma stronami.

Co to jest opcja kupna?

Opcja kupna (*call*) to papier wartościowy będący umową między dwoma stronami. Jedna zobowiązuje się sprzedać, a druga ma prawo kupić określoną ilość walorów po z góry zadanej cenie w z góry zadanym terminie.

Co to jest opcja kupna?

Opcja kupna (*call*) to papier wartościowy będący umową między dwoma stronami. Jedna zobowiązuje się sprzedać, a druga ma prawo kupić określoną ilość walorów po z góry zadanej cenie w z góry zadanym terminie. Jeśli umowa dotyczy przedmiotu fizycznego (np. jakiegoś towaru) to jest w niej określone miejsce dostawy (tzw. *loco*).

Co to jest opcja kupna?

Opcja kupna (*call*) to papier wartościowy będący umową między dwoma stronami. Jedna zobowiązuje się sprzedać, a druga ma prawo kupić określoną ilość walorów po z góry zadanej cenie w z góry zadanym terminie. Jeśli umowa dotyczy przedmiotu fizycznego (np. jakiegoś towaru) to jest w niej określone miejsce dostawy (tzw. *loco*). My przyjmować będziemy, że opcja zawsze dotyczy jednej sztuki, cena realizacji to K, a termin to T.

Co to jest opcja kupna?

Opcja kupna (*call*) to papier wartościowy będący umową między dwoma stronami. Jedna zobowiązuje się sprzedać, a druga ma prawo kupić określoną ilość walorów po z góry zadanej cenie w z góry zadanym terminie. Jeśli umowa dotyczy przedmiotu fizycznego (np. jakiegoś towaru) to jest w niej określone miejsce dostawy (tzw. *loco*). My przyjmować będziemy, że opcja zawsze dotyczy jednej sztuki, cena realizacji to K, a termin to T. Różnica między opcją kupna, a kontaktem terminowym jest taka: nabywca opcji kupna ma prawo skorzystać z niej, ale nie ma obowiązku.

Co to jest opcja kupna?

Kiedy nabywca opcji kupna skorzysta z niej?

Co to jest opcja kupna?

Kiedy nabywca opcji kupna skorzysta z niej? Wtedy, gdy mu się opłaci, a zatem wtedy gdy cena na giełdzie będzie wyższa niż cena w kontrakcie.

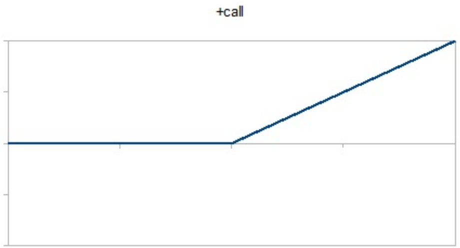
Co to jest opcja kupna?

Kiedy nabywca opcji kupna skorzysta z niej? Wtedy, gdy mu się opłaci, a zatem wtedy gdy cena na giełdzie będzie wyższa niż cena w kontrakcie. Gdy na giełdzie musiałby kupować drożej. A zatem gdy $S_T > K$.

Co to jest opcja kupna?

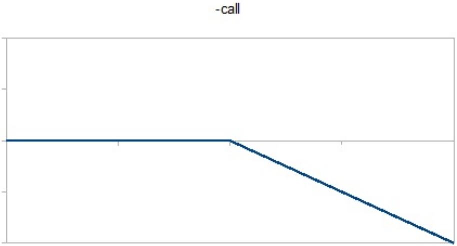
Kiedy nabywca opcji kupna skorzysta z niej? Wtedy, gdy mu się opłaci, a zatem wtedy gdy cena na giełdzie będzie wyższa niż cena w kontrakcie. Gdy na giełdzie musiałby kupować drożej. A zatem gdy $S_T > K$. Jego funkcja wypłaty to $(S_T - K)^+$.

Opcja kupna



funkcja wypłaty nabywcy opcji kupna

Opcja kupna



funkcja wypłaty sprzedawcy opcji kupna

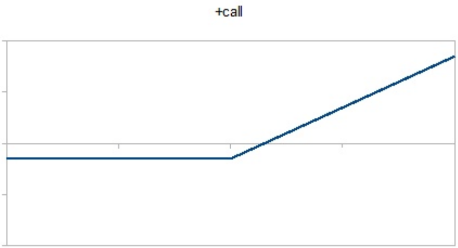
Opcja kupna

Jak to możliwe, że nabywca call nigdy nie straci, a sprzedawca call nigdy nie zarobi?

Opcja kupna

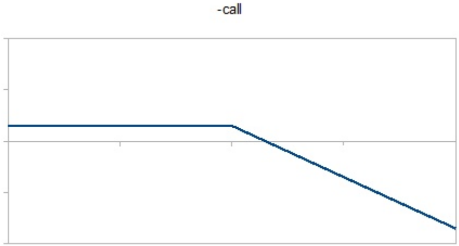
Jak to możliwe, że nabywca call nigdy nie straci, a sprzedawca call nigdy nie zarobi? Niemożliwe, opcja kupna jest płata. Nabycie prawa kupna kosztuje. Oznaczmy tę cenę przez C_K.

Opcja kupna



funkcja zysku nabywcy opcji kupna

Opcja kupna



funkcja zysku sprzedawcy opcji kupna

Opcja kupna

Tym razem nie ma już jedynej słusznej wartości K. Można się umówić na dowolną wartość ceny realizacji, pytanie o cenę kupna takiej opcji.

Opcja kupna

Tym razem nie ma już jedynej słusznej wartości K. Można się umówić na dowolną wartość ceny realizacji, pytanie o cenę kupna takiej opcji. Zauważmy oczywista zależność: czym wyższe K tym niższe C_K.

Opcja kupna

Tym razem nie ma już jedynej słusznej wartości K. Można się umówić na dowolną wartość ceny realizacji, pytanie o cenę kupna takiej opcji. Zauważmy oczywista zależność: czym wyższe K tym niższe C_K. Prawo kupienia drożej musi być tańsze niż prawo kupienia taniej.

Opcja kupna

Tym razem nie ma już jedynej słusznej wartości K. Można się umówić na dowolną wartość ceny realizacji, pytanie o cenę kupna takiej opcji. Zauważmy oczywista zależność: czym wyższe K tym niższe C_K. Prawo kupienia drożej musi być tańsze niż prawo kupienia taniej.

$$K_1 < K_2 \Rightarrow C_{K_1} > C_{K_2}$$

Co to jest opcja sprzedaży?

Opcja sprzedaży (*put*) to papier wartościowy będący umową między dwoma stronami.

Co to jest opcja sprzedaży?

Opcja sprzedaży (*put*) to papier wartościowy będący umową między dwoma stronami. Jedna zobowiązuje się kupić, a druga ma prawo sprzedać określoną ilość walorów po z góry zadanej cenie w z góry zadanym terminie.

Co to jest opcja sprzedaży?

Opcja sprzedaży (*put*) to papier wartościowy będący umową między dwoma stronami. Jedna zobowiązuje się kupić, a druga ma prawo sprzedać określoną ilość walorów po z góry zadanej cenie w z góry zadanym terminie. Jeśli umowa dotyczy przedmiotu fizycznego (np. jakiegoś towaru) to jest w niej określone miejsce dostawy (tzw. *loco*).

Co to jest opcja sprzedaży?

Opcja sprzedaży (*put*) to papier wartościowy będący umową między dwoma stronami. Jedna zobowiązuje się kupić, a druga ma prawo sprzedać określoną ilość walorów po z góry zadanej cenie w z góry zadanym terminie. Jeśli umowa dotyczy przedmiotu fizycznego (np. jakiegoś towaru) to jest w niej określone miejsce dostawy (tzw. *loco*). My przyjmować będziemy, że opcja zawsze dotyczy jednej sztuki, cena realizacji to K, a termin to T.

Co to jest opcja sprzedaży?

Opcja sprzedaży (*put*) to papier wartościowy będący umową między dwoma stronami. Jedna zobowiązuje się kupić, a druga ma prawo sprzedać określoną ilość walorów po z góry zadanej cenie w z góry zadanym terminie. Jeśli umowa dotyczy przedmiotu fizycznego (np. jakiegoś towaru) to jest w niej określone miejsce dostawy (tzw. *loco*). My przyjmować będziemy, że opcja zawsze dotyczy jednej sztuki, cena realizacji to K, a termin to T. Różnica między opcją sprzedaży, a kontaktem terminowym jest taka: nabywca opcji sprzedaży ma prawo skorzystać z niej, ale nie ma obowiązku.

Opcja kupna, a opcja sprzedaży

Podkreślmy tu, że opcje kupna i opcje sprzedaży to dwie różne rzeczy.

Opcja kupna, a opcja sprzedaży

Podkreślmy tu, że opcje kupna i opcje sprzedaży to dwie różne rzeczy. Do istnienia jednej z nich nie potrzeba drugiej. Mamy zatem aż cztery strony:

Opcja kupna, a opcja sprzedaży

Podkreślmy tu, że opcje kupna i opcje sprzedaży to dwie różne rzeczy. Do istnienia jednej z nich nie potrzeba drugiej. Mamy zatem aż cztery strony:

- sprzedawcę opcji kupna

Opcja kupna, a opcja sprzedaży

Podkreślmy tu, że opcje kupna i opcje sprzedaży to dwie różne rzeczy. Do istnienia jednej z nich nie potrzeba drugiej. Mamy zatem aż cztery strony:

- sprzedawcę opcji kupna
- nabywcę opcji kupna

Opcja kupna, a opcja sprzedaży

Podkreślmy tu, że opcje kupna i opcje sprzedaży to dwie różne rzeczy. Do istnienia jednej z nich nie potrzeba drugiej. Mamy zatem aż cztery strony:

- sprzedawcę opcji kupna
- nabywcę opcji kupna
- sprzedawcę opcji sprzedaży

Opcja kupna, a opcja sprzedaży

Podkreślmy tu, że opcje kupna i opcje sprzedaży to dwie różne rzeczy. Do istnienia jednej z nich nie potrzeba drugiej. Mamy zatem aż cztery strony:

- sprzedawcę opcji kupna
- nabywcę opcji kupna
- sprzedawcę opcji sprzedaży
- nabywcę opcji sprzedaży

Co to jest opcja sprzedaży?

Kiedy nabywca opcji sprzedaży skorzysta z niej?

Co to jest opcja sprzedaży?

Kiedy nabywca opcji sprzedaży skorzysta z niej? Wtedy, gdy mu się opłaci, a zatem wtedy gdy cena na giełdzie będzie niższa niż cena w kontrakcie.

Co to jest opcja sprzedaży?

Kiedy nabywca opcji sprzedaży skorzysta z niej? Wtedy, gdy mu się opłaci, a zatem wtedy gdy cena na giełdzie będzie niższa niż cena w kontrakcie. Gdy na giełdzie musiałby sprzedawać taniej. A zatem gdy $S_T < K$.

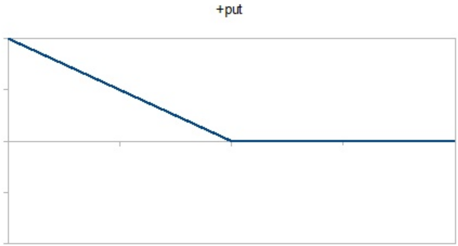
Co to jest opcja sprzedaży?

Kiedy nabywca opcji sprzedaży skorzysta z niej? Wtedy, gdy mu się opłaci, a zatem wtedy gdy cena na giełdzie będzie niższa niż cena w kontrakcie. Gdy na giełdzie musiałby sprzedawać taniej. A zatem gdy $S_T < K$. Jego funkcja wypłaty to $(K - S_T)^+$.

Co to jest opcja sprzedaży?

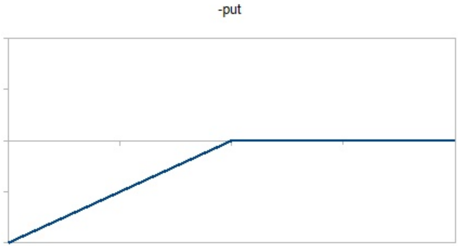
Kiedy nabywca opcji sprzedaży skorzysta z niej? Wtedy, gdy mu się opłaci, a zatem wtedy gdy cena na giełdzie będzie niższa niż cena w kontrakcie. Gdy na giełdzie musiałby sprzedawać taniej. A zatem gdy $S_T < K$. Jego funkcja wypłaty to $(K - S_T)^+$.
Wniosek taki jak poprzednio - opcja sprzedaży jest płatna.
Oznaczmy jej cenę przez P_K.

Opcja sprzedaży



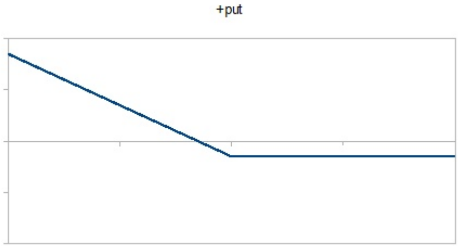
funkcja wypłaty nabywcy opcji sprzedaży

Opcja sprzedaży



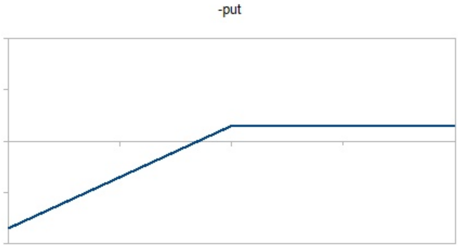
funkcja wypłaty sprzedawcy opcji sprzedaży

Opcja sprzedaży



funkcja zysku nabywcy opcji sprzedaży

Opcja sprzedaży



funkcja zysku sprzedawcy opcji sprzedaży

Opcja sprzedaży

Zauważmy oczywista zależność: czym wyższe K tym wyższa P_K.

Opcja sprzedaży

Zauważmy oczywista zależność: czym wyższe K tym wyższa P_K.
Prawo sprzedaży drożej jest droższe niż prawo sprzedaży taniej.

Opcja sprzedaży

Zauważmy oczywista zależność: czym wyższe K tym wyższa P_K. Prawo sprzedaży drożej jest droższe niż prawo sprzedaży taniej.

$$K_1 < K_2 \Rightarrow P_{K_1} < P_{K_2}$$

Parytet call-put

Na tych zajęciach będziemy liczyć C_K i P_K w pewnym uproszczonym, ale użytecznym modelu.

Parytet call-put

Na tych zajęciach będziemy liczyć C_K i P_K w pewnym uproszczonym, ale użytecznym modelu. Pełny wzór na C_K, *wzór Blacka-Scholesa*, pojawi się jeśli wybiorą Państwo odpowiedni wykład :).

Parytet call-put

Na tych zajęciach będziemy liczyć C_K i P_K w pewnym uproszczonym, ale użytecznym modelu. Pełny wzór na C_K, *wzór Blacka-Scholesa*, pojawi się jeśli wybiorą Państwo odpowiedni wykład :). Dlaczego tylko na C_K, a nie również na P_K?

Parytet call-put

Na tych zajęciach będziemy liczyć C_K i P_K w pewnym uproszczonym, ale użytecznym modelu. Pełny wzór na C_K, *wzór Blacka-Scholesa*, pojawi się jeśli wybiorą Państwo odpowiedni wykład :). Dlaczego tylko na C_K, a nie również na P_K? Bo obie opcje powiązane są prostym wzorem.

Parytet call-put

Na tych zajęciach będziemy liczyć C_K i P_K w pewnym uproszczonym, ale użytecznym modelu. Pełny wzór na C_K, *wzór Blacka-Scholesa*, pojawi się jeśli wybiorą Państwo odpowiedni wykład :). Dlaczego tylko na C_K, a nie również na P_K? Bo obie opcje powiązane są prostym wzorem.
Załóżmy, że inwestor kupił opcję call z ceną K i sprzedał opcję put z tą samą ceną K.

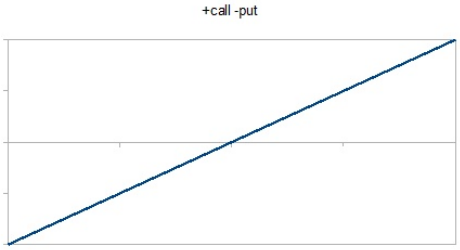
Parytet call-put

Na tych zajęciach będziemy liczyć C_K i P_K w pewnym uproszczonym, ale użytecznym modelu. Pełny wzór na C_K, *wzór Blacka-Scholesa*, pojawi się jeśli wybiorą Państwo odpowiedni wykład :). Dlaczego tylko na C_K, a nie również na P_K? Bo obie opcje powiązane są prostym wzorem.
Załóżmy, że inwestor kupił opcję call z ceną K i sprzedał opcję put z tą samą ceną K. Czyli jego portfel to $+call(K)$ i $-put(K)$.

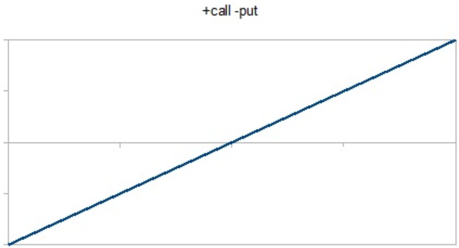
Parytet call-put

Na tych zajęciach będziemy liczyć C_K i P_K w pewnym uproszczonym, ale użytecznym modelu. Pełny wzór na C_K, *wzór Blacka-Scholesa*, pojawi się jeśli wybiorą Państwo odpowiedni wykład :). Dlaczego tylko na C_K, a nie również na P_K? Bo obie opcje powiązane są prostym wzorem.
Załóżmy, że inwestor kupił opcję call z ceną K i sprzedał opcję put z tą samą ceną K. Czyli jego portfel to $+call(K)$ i $-put(K)$. Jak wygląda funkcja wypłaty takiego portfela? Złóżmy obie funkcje razem.

Parytet call-put

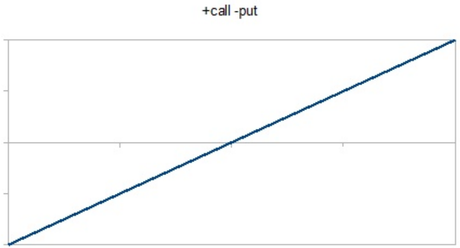


Parytet call-put



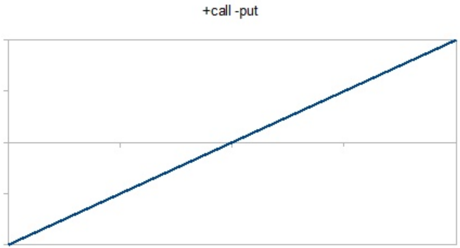
Wyglą da znajomo?

Parytet call-put



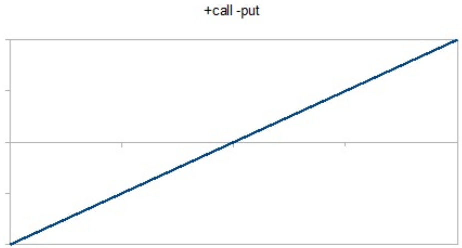
Wygląda znajomo? Zupełnie jak funkcja wypłaty kontaktu terminowego tylko z miejsce zerowym w K zamiast F.

Parytet call-put



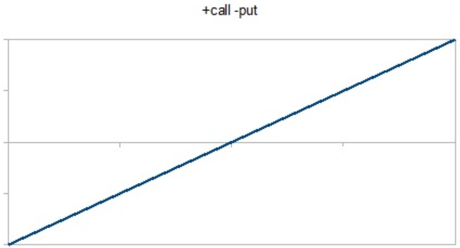
Gdyby $K = F$ to obie funkcje wypłaty są identyczne.

Parytet call-put



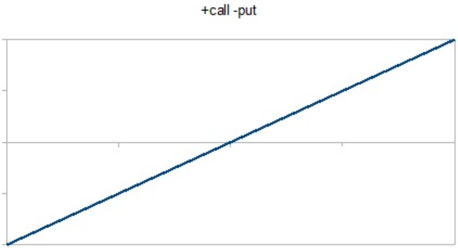
Gdyby $K = F$ to obie funkcje wypłaty są identyczne. Jeśli coś daje taką samą wypłatę to musi kosztować tyle samo!

Parytet call-put



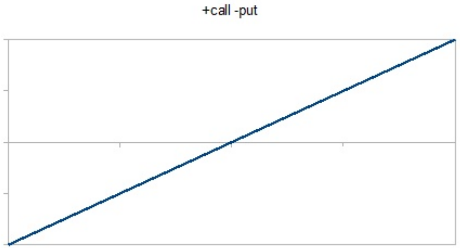
Nasz portfel $+call(K)$ i $-put(K)$ kosztuje $C_K - P_K$.

Parytet call-put



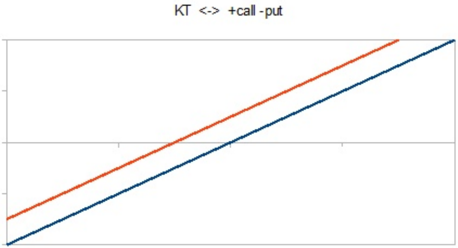
Nasz portfel $+call(K)$ i $-put(K)$ kosztuje $C_K - P_K$. Kontrakt terminowy kosztuje zero.

Parytet call-put



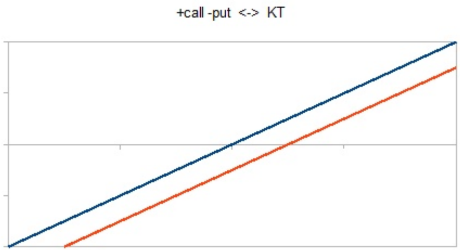
Nasz portfel $+call(K)$ i $-put(K)$ kosztuje $C_K - P_K$. Kontrakt terminowy kosztuje zero. Zatem jeśli $K = F$ to $C_K - P_K = 0$.

Parytet call-put



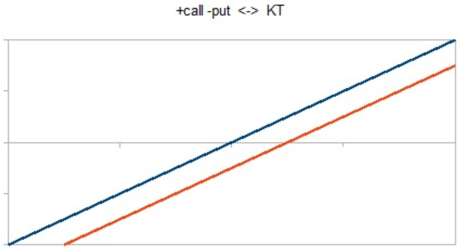
Ale przecież F może być mniejsze niż K ...

Parytet call-put



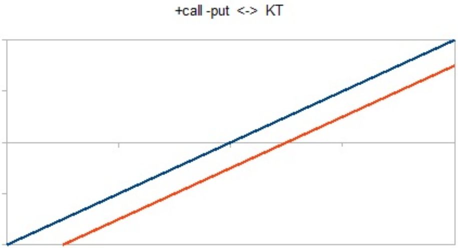
... albo większe.

Parytet call-put



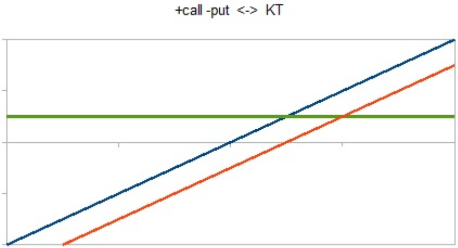
Jak zrównać obie funkcje?

Parytet call-put



Jak zrównać obie funkcje? Trzeba jedną z nich przesunąć o stałą.

Parytet call-put

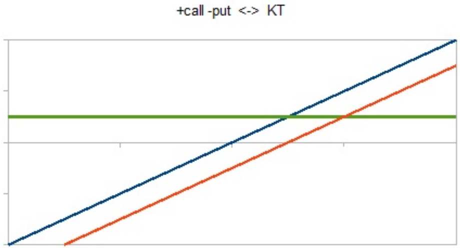


Jeśli do czerwonej funkcji dodamy zieloną to dostaniemy niebieską.
;)

Parytet call-put

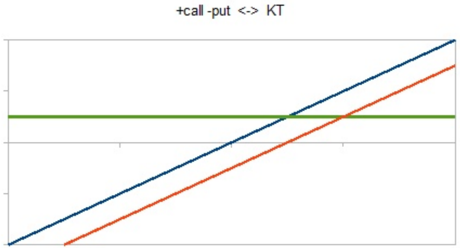
Jeśli do czerwonej funkcji dodamy zieloną to dostaniemy niebieską.

Parytet call-put



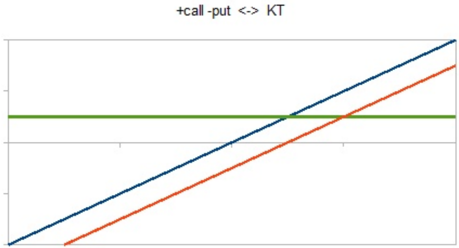
Czym jest zielona funkcja?

Parytet call-put



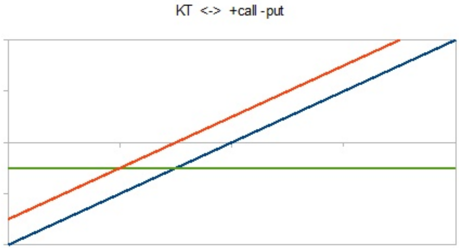
Co to za instrument, którego wypłata nie zależy od S_T?

Parytet call-put



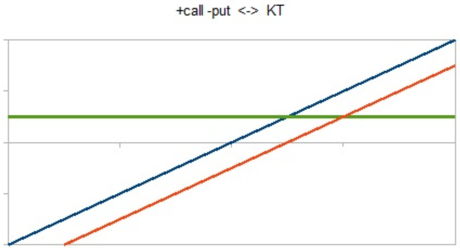
Tak to jest lokata!

Parytet call-put



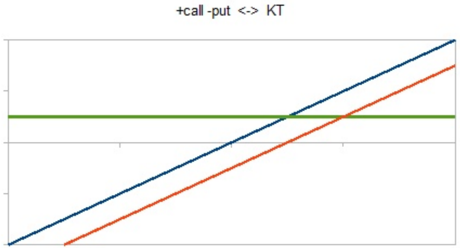
Albo pożyczka jeśli przesuwamy w dół.

Parytet call-put



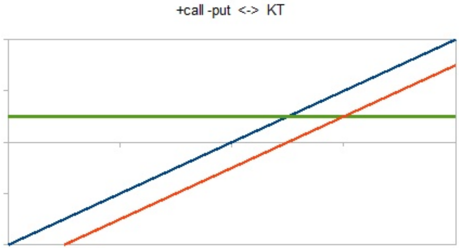
W tej sytuacji potrzebujemy lokaty, z której wypłacimy $F - K$.

Parytet call-put



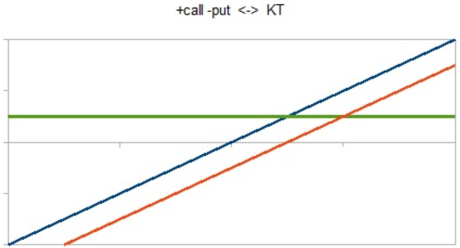
W tej sytuacji potrzebujemy lokaty, z której wypłacimy $F - K$. Koszt takiej lokaty (tyle ile musimy wpłacić na nią) to $(F - K)e^{-rT}$.

Parytet call-put



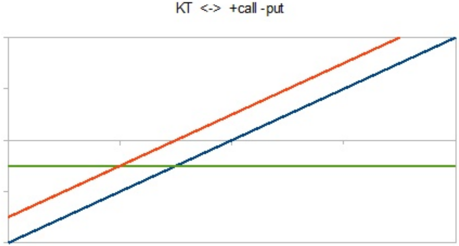
Nasz portfel (+call, -put) kosztuje $C_K - P_K$. Portfel (kontrakt terminowy, lokata) kosztuje $0 + (F - K)e^{-rT}$.

Parytet call-put



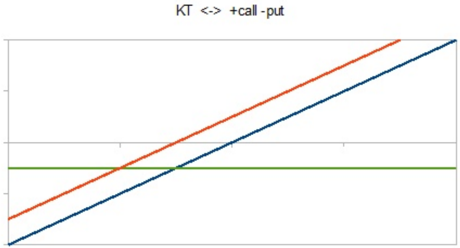
Nasz portfel (+call, -put) kosztuje $C_K - P_K$. Portfel (kontrakt terminowy, lokata) kosztuje $0 + (F - K)e^{-rT}$.
Zatem $C_K - P_K = (F - K)e^{-rT}$.

Parytet call-put



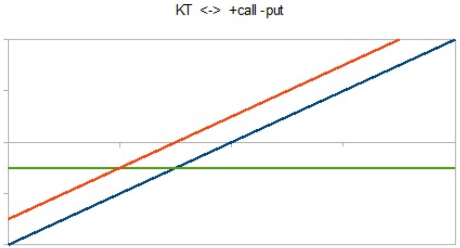
W tej sytuacji potrzebujemy pożyczki, którą musimy oddać w wysokości $K - F$.

Parytet call-put



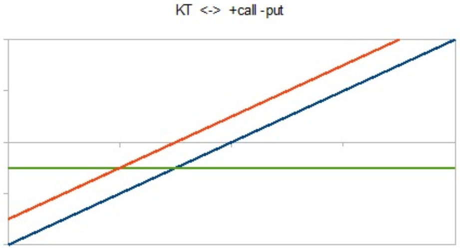
W tej sytuacji potrzebujemy pożyczki, którą musimy oddać w wysokości $K - F$. Koszt takiej pożyczki to $-(K - F)e^{-rT}$ (minus jest w tym koszcie bo skoro pożyczamy to dostajemy).

Parytet call-put



Nasz portfel (+call, -put) kosztuje $C_K - P_K$. Portfel (kontrakt terminowy, pożyczka) kosztuje $0 - (K - F)e^{-rT}$.

Parytet call-put



Nasz portfel (+call, -put) kosztuje $C_K - P_K$. Portfel (kontrakt terminowy, pożyczka) kosztuje $0 - (K - F)e^{-rT}$.
Zatem $C_K - P_K = -(K - F)e^{-rT}$.

Parytet call-put

Jeśli $F > K$ dostaliśmy wzór $C_K - P_K = (F - K)e^{-rT}$.

Parytet call-put

Jeśli $F > K$ dostaliśmy wzór $C_K - P_K = (F - K)e^{-rT}$.
Jeśli $K < F$ dostaliśmy wzór $C_K - P_K = -(K - F)e^{-rT}$.

Parytet call-put

Jeśli $F > K$ dostaliśmy wzór $C_K - P_K = (F - K)e^{-rT}$.
Jeśli $K < F$ dostaliśmy wzór $C_K - P_K = -(K - F)e^{-rT}$.
Jeśli $K = F$ dostaliśmy wzór $C_K - P_K = 0$.

Parytet call-put

Jeśli $F > K$ dostaliśmy wzór $C_K - P_K = (F - K)e^{-rT}$.
Jeśli $K < F$ dostaliśmy wzór $C_K - P_K = -(K - F)e^{-rT}$.
Jeśli $K = F$ dostaliśmy wzór $C_K - P_K = 0$.
To ten sam wzór.

Parytet call-put

Jeśli $F > K$ dostaliśmy wzór $C_K - P_K = (F - K)e^{-rT}$.
Jeśli $K < F$ dostaliśmy wzór $C_K - P_K = -(K - F)e^{-rT}$.
Jeśli $K = F$ dostaliśmy wzór $C_K - P_K = 0$.
To ten sam wzór.

Parytet call-put

$$C_K - P_K = (F - K)e^{-rT}$$

Parytet call-put

Parytet call-put

$$C_K - P_K = (F - K)e^{-rT}$$

Podstawmy za F.

Parytet call-put

Parytet call-put

$$C_K - P_K = (F - K)e^{-rT}$$

Podstawmy za F.

Parytet call-put dla akcji

$$C_K - P_K = S_0 - Ke^{-rT}$$

Parytet call-put

Parytet call-put

$$C_K - P_K = (F - K)e^{-rT}$$

Podstawmy za F.

Parytet call-put dla akcji

$$C_K - P_K = S_0 - Ke^{-rT}$$

Parytet call-put dla waluty obcej

$$C_K - P_K = S_0 e^{-RT} - Ke^{-rT}$$

Parytet call-put

Parytet call-put

$$C_K - P_K = (F - K)e^{-rT}$$

Podstawmy za F.

Parytet call-put dla akcji

$$C_K - P_K = S_0 - Ke^{-rT}$$

Parytet call-put dla waluty obcej

$$C_K - P_K = S_0 e^{-RT} - Ke^{-rT}$$

I tak dalej ...

Koniec

Powodzenia!
Proszę pytać jeśli coś jest niejasne.