

Zestaw A

1. Wyznacz jądro i obraz odwzorowania f oraz ich bazy i wymiary.

$$f(x, y, z, t) = (x - y + 5z, -y + 3z - t, 3x + 2y + 5t, 2x + 4z + 2t)$$

2. Niech $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$. Dane są bazy B_1, B_2, B_3 i B_4 oraz A - macierz odwzorowania f w bazach B_4 i B_2 , C - macierz odwzorowania g w bazach B_1 i B_3 . Znajdź macierz odwzorowania $f \circ g$ w bazie B_1 .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 3 & 9 & 1 \\ 6 & 0 & 8 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 1 & 9 & 0 \\ 6 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = ((-2, 1, -1), (1, 1, -1), (-1, 0, -1)),$$

$$B_2 - \text{ baza kanoniczna,}$$

$$B_3 = (w_1 - w_2, w_1 - w_3, -w_1 + w_2 - w_3),$$

$$B_4 = (w_1, w_2, w_3)$$

3. Wyznacz macierze P i diagonalną D takie, że $A = P \cdot D \cdot P^{-1}$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

4. Znajdź równanie płaszczyzny zawierającej prostą $L : \begin{cases} x + 2y - 7 = 0 \\ 4y + z - 14 = 0 \end{cases}$ i prostopadłej do płaszczyzny $H_1 : x + 2y - 3z - 10 = 0$.

Powodzenia!