

Zestaw C

1. Wyznacz jądro i obraz odwzorowania f oraz ich bazy i wymiary.

$$f(x, y, z, t) = (x + y + z - 3t, 2y + 4z - 6t, -2x + 2z, 3y + 6z - 9t)$$

2. Niech $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$. Dane są bazy B_1, B_2, B_3 i B_4 oraz A - macierz odwzorowania f w bazach B_1 i B_4 , C - macierz odwzorowania g w bazach B_3 i B_4 . Znajdź macierz odwzorowania $f \circ g$ w bazach B_2 i B_4 .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 3 & 9 & 1 \\ 6 & 0 & 8 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 1 & 9 & 0 \\ 6 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} B_1 &= (w_1 + w_2, w_1 + w_3, w_2 + w_3), \\ B_2 &= ((-1, 1, -1), (-2, 1, -1), (-1, 0, -1)), \\ B_3 &\text{ - baza kanoniczna,} \\ B_4 &= (w_1, w_2, w_3) \end{aligned}$$

3. Wyznacz macierze P i diagonalną D takie, że $A = P \cdot D \cdot P^{-1}$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & -3 \\ -2 & -2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

4. Znajdź równanie płaszczyzny równoległej do prostej

$$L_1 : x - 3 = 3 - y = 3 - z$$

$$\text{i zawierającej prostą } L_2 : \begin{cases} x - z + 2 = 0 \\ y + 2z - 3 = 0 \end{cases} .$$

Powodzenia!