

Zestaw 2 - podprzestrzenie wektorowe

1. Zbadaj, czy podany zbiór V jest podprzestrzenią wektorową przestrzeni $\mathbb{R}^n$ dla odpowiedniego n , gdy:
- a) $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y \neq 0\}$
 - b) $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : xz = 0\}$
 - c) $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 3|x| = 4|y|\}$
 - d) $V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy \geq 0\}$
 - e) $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 2\}$
 - f) $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 0\}$

g) $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : \\ x = y + z, t = y - z\}$

2. Sprawdź czy podany zbiór wektorów generuje przestrzeń wektorową $\mathbb{R}^3$:

a) $(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)$

b) $(1, 0, -1), (1, 1, 0), (1, -2, -3)$

3. Znajdź bazę i wymiar podprzestrzeni wektorowej V , gdy:

a) $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \\ x + 2y + 3z = 0\}$

b) $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^3 : \\ x + y - t = 0, x - y + z = 0\}$

c) $V = \{(x - 2z + 3t, -y + 2t, \\ 2x + 3y - 4z, y - 2t) : x, y, z, t \in \mathbb{R}\}$

$$\text{d) } V = \{(2y + 2z + 2t, 2x - 4y + 3t, x + 2z, y + z + t) : x, y, z, t \in \mathbb{R}\}$$

4. Znajdź współrzędne wektora u w bazie B podprzestrzeni wektorowej V gdy:

$$\begin{aligned} \text{a) } u &= (1, 2, 3), \\ B &= \{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}, \\ V &= \mathbb{R}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } u &= (1, 2, 3), \\ B &= \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 1, 1)\}, \\ V &= \mathbb{R}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } u &= (1, 2, 1), \\ B &= \{(1, 0, -1), (0, 1, 2)\}, \\ V &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + z = 2y\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } u &= (1, 1, 1), \\ B &= \{(1, 0, -1), (0, 1, 2)\}, \\ V &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + z = 2y\} \end{aligned}$$

5. Jeśli

$u = (1, 1, 1)$ ma współrzędne $[3, 2, 1]_B$,

$v = (1, 1, 0)$ ma współrzędne $[1, 2, 1]_B$,

$w = (1, 0, 0)$ ma współrzędne $[0, 3, 1]_B$

to jakie współrzędne w bazie B ma wektor $a = (1, 2, 3)$?