

Zestaw 4 - układy równań

1. Rozwiąż układ równań:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - 3y + 4z = 0 \\ 4x - 11y + 10z = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 3x - y + 2z = 1 \\ -x - 4y - 3z = -3 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} -3x + 3y + 2z = 2 \\ x - 4y - 3z = -4 \\ -2x + 2y + 4z = 8 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x + 2y = 3 \\ x + y + z = -2 \\ -3y + 2z = -12 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} x + y - z = -3 \\ 2x + 3y + z = 7 \\ -x + 2y + 2z = 2 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 2x - 3y - 5z = 5 \\ -x + y - z = -5 \\ -3x - 4y - 3z = -1 \end{cases}$$

$$\text{g) } \begin{cases} -x - y - z = 2 \\ -2x - 3y + 2z = 1 \\ x + 2y - z = 6 \\ 3x + y + z = -2 \end{cases}$$

$$\text{h) } \begin{cases} x + y + z + t = 3 \\ x - y - z + t = 3 \\ 2x - y + 2z - t = 3 \\ -x + y + 3z + t = 3 \end{cases}$$

$$\text{i) } \begin{cases} 2x - y + z = -1 \\ x + 2y - 3z - t = -1 \\ 3x + z - 2t = -1 \\ -x - y + z + t = -1 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = 11 \\ 2x + 3y + 4z + t = 12 \\ 3x + 4y + z + 2t = 13 \\ 4x + y + 2z + 3t = 14 \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} x - y + z + 3t = 4 \\ 2x - 5y - z = -1 \\ -2x + 6y + 2z + 2t = 4 \\ -3x + 5y - z - 5t = -6 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} 2x - y - 3z + 4t = -5 \\ -3x - 2y - z - t = -2 \\ -x + y + 2z - 3t = 3 \\ x + y + z = 2 \\ -2x - 3y - z + 4t = 0 \end{cases}$$

$$m) \begin{cases} -3x + 2y - z + 4t = -5 \\ -x - 3y - 2z - t = -2 \\ 2x - y + z - 3t = 3 \\ x + y + z = 2 \\ -x - 2y - 3z + 4t = 1 \end{cases}$$

2. Zbadaj w zależności od parametru lub parametrów liczbę rozwiązań układu równań i znajdź te rozwiązania:

$$a) \begin{cases} x + y + pz = 0 \\ 2x + y + 2pz = -3 \\ 2x + 2y + p^2z = p \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a^2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} kx + ly + z = a \\ x + kly + z = b \\ x + ly + kz = c \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} px + y + 2z = 1 \\ x + py + z = 1 \\ x + y + 2pz = 1 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x + y + pz = p \\ x + py - z = 1 \\ px + y + z = -1 \end{cases}$$

$$\text{f)} \begin{cases} x + py - z = 1 \\ x + 10y - 6z = p \\ 2x - y + pz = 0 \end{cases}$$

$$\text{g)} \begin{cases} x + ky - z = 1 \\ x + y + kz = 2 \\ kx + y + z = 3 \end{cases}$$

$$\text{h)} \begin{cases} -x + ky + 2z = k \\ (k+1)x + y + z = 1 \\ 2x + (k-1)y + z = k-1 \end{cases}$$

$$\text{i)} \begin{cases} ax + y + 2z = -a \\ -x + y + 2z = b \\ 2x + y + (a-1)z = a+3 \end{cases}$$

$$\text{j)} \begin{cases} (p+1)x - y + pz = 1 \\ (3-p)x + 4y - pz = -4 \\ px + 3y = -3 \end{cases}$$

$$\text{k)} \begin{cases} 3x + y + z = 1 \\ x + ky + z = k \\ x + y + kz = m \end{cases}$$

$$\text{l)} \begin{cases} 2x + py + pz + pt = 1 \\ 2x + 2y + pz + pt = 2 \\ 2x + 2y + 2z + pt = 3 \\ 2x + 2y + 2z + 2t = 4 \end{cases}$$

$$\text{m)} \begin{cases} x + y + z + at = a^3 \\ x + y + az + t = a^2 \\ x + ay + z + t = a \\ ax + y + z + t = 1 \end{cases}$$

3. Zbadaj dla jakich wartości parametrów k i l istnieją niezerowe rozwiązania układu równań:

$$\text{a)} \begin{cases} kx + y + z = 0 \\ x + ly + z = 0 \\ x + 2ly + z = 0 \end{cases}$$

$$\text{b)} \begin{cases} x - ky - 3z = 0 \\ lx + y + 5z = 0 \\ 2x + ky + z = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

4. Sprawdź czy następujące wektory są liniowo niezależne w $\mathbb{R}^3$:

a) $(1, 0, 2), (0, 1, 1), (2, 1, 1)$

b) $(6, 1, 1), (0, 1, 1), (2, 1, 1)$

5. Zbadaj w zależności od parametru a liniową niezależność w $\mathbb{R}^3$ następujących wektorów:

a) $(1, 2, 1), (a, 0, 1), (2, 2, 2)$

b) $(a, a, -2), (1, a, 1), (-3, 0, -3)$