

Zestaw 7 - diagonalizacja

1. Sprawdź, czy następująca macierz rzeczywista A jest diagonalizowalna, a jeśli tak znajdź macierze nieosobliwą P i diagonalną D takie, że: $A = PDP^{-1}$, gdy A jest równa:

a) $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ -5 & 0 & -2 \end{bmatrix}$

f) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

g) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

h) $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

i) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

j) $\begin{bmatrix} -4 & -6 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}$

k) $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

l) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

2. Sprawdź, czy następująca macierz zespolona A jest diagonalizowalna, a jeśli tak znajdź macierze nieosobliwą P i diagonalną D takie, że: $A = PDP^{-1}$, gdy A jest równa:

a) $\begin{bmatrix} -3 & 0 & 10 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} i-1 & 2 & 1 \\ 0 & 2i & 3 \\ 0 & 0 & i-1 \end{bmatrix}$

$$\text{c) } \begin{bmatrix} i & i & i \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{bmatrix} 1-i & 0 & 2i & 0 \\ 0 & 1-i & 2i & 0 \\ 0 & 0 & 1+i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+i \end{bmatrix}$$