

Zestaw 8 - geometria analityczna

1. Znajdź równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkty $P_1 = (-1, 2, 4)$, $P_2 = (2, -1, 3)$ i $P_3 = (3, 3, -2)$.
2. Znajdź równanie płaszczyzny zawierającej punkt $P = (2, 4, -1)$ i równoległej do płaszczyzny $H_0 : 2x - y - 3z - 1 = 0$.
3. Znajdź równanie płaszczyzny zawierającej punkt $P = (3, 5, 7)$ i prostopadłej do płaszczyzn $H_1 : x - y + 2z - 1 = 0$ i $H_2 : 3x + y - z + 2 = 0$.

4. $H_1 : 2x + 3y + 4z - 12 = 0$, $H_2 : x + 3y - 6 = 0$ i $H_3 : z - 3 = 0$ to płaszczyzny zawierające trzy ściany równoległościanu, a $P_1 = (6, -5, 1)$ to jeden z jego wierzchołków. Znajdź równania płaszczyzn zawierających pozostałe ściany.

5. Znajdź równanie płaszczyzny przechodzącej przez prostą

$$L_1 : \begin{cases} x + 28y - 2z + 17 = 0 \\ 5x + 8y - z + 1 = 0 \end{cases}$$

i odległej od punktu $P = (0, 0, 0)$ o 1.

6. Znajdź postać kierunkową i krawędziową równania prostej

$$L : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 + 3t \end{cases} .$$

7. Znajdź postać parametryczną równania prostej
- $$L : \begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0 \\ -x + y + 2z + 1 = 0 \end{cases} .$$
8. Znajdź równanie prostej zawierającej punkt $P_0 = (1, 1, 2)$, prostopadłej do wektora $v = [-1, 3, 4]$ i przecinającej prostą $L_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z}{3}$.
9. Znajdź równanie prostej zawierającej punkt $P = (2, 3, 1)$ i prostopadłej do płaszczyzny $H_1 : 5x - 3y + 2z - 1 = 0$.
10. Znajdź równanie płaszczyzny zawierającej punkty $P_1 = (1, 2, -1)$ i $P_2 = (2, 1, 1)$ i przecinającej płaszczyznę $H_1 : x - 4y + z - 1 = 0$ pod kątem $\frac{\pi}{3}$.
11. Znajdź równanie płaszczyzny zawiera-

jącej prostą

$$L_1 : \begin{cases} x - y + z - 2 = 0 \\ 2x + y - 3z - 1 = 0 \end{cases}$$

i przecinającej płaszczyznę

$$H_1 : x + 3y + z - 4 = 0 \text{ pod kątem o cosinusie równym } \frac{1}{11}.$$

12. Znajdź m , dla którego prosta

$$L : \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 + mt \\ z = -3 - 2t \end{cases} \text{ jest równoległa do}$$

$$\text{płaszczyzny } H : x - 3y + 6z + 7 = 0.$$

13. Znajdź k i p , dla których płaszczyzna

$$H_0 : x + ky - z - 6 = 0 \text{ jest prostopadła do płaszczyzny } H_1 : px + y - kz + 3 = 0.$$

14. Znajdź równanie płaszczyzny przechodzącej przez prostą

$$L_1 : \frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-1} \text{ i równoległej do}$$

prostej

$$L_2 : \begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0 \\ x + 2y - z - 5 = 0 \end{cases}.$$

15. Znajdź a i b , dla których przecięcie trzech płaszczyzn

$$H_1 : 2x - y + 3z - 1 = 0,$$

$$H_2 : x + 2y - z + b = 0 \text{ i}$$

$$H_3 : x + ay - 6z + 10 = 0 \text{ jest:}$$

- a) zbiorem pustym;
- b) punktem;
- c) prostą;
- d) płaszczyzną.

16. Znajdź równanie prostej przechodzącej przez punkt $P = (2, 3, 1)$ i równoległej do płaszczyzn $H_1 : 6x - y + z - 2 = 0$ i $H_2 : x + 3y - 2z + 1 = 0$.

17. Znajdź równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkt $P = (1, 1, 1)$ i równoległej do prostych

$$L_1 : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad \text{i}$$

$$L_2 : \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = -\frac{4}{3} + u \\ z = u \end{cases} .$$

18. Znajdź rzut punktu $P = (1, -3, 2)$ na płaszczyznę $H : x - 2y + z + 5 = 0$.

19. Znajdź rzut prostej $L : \frac{x+2}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ na płaszczyznę $H : x - 2y + z - 5 = 0$.

20. Oblicz objętość i pole powierzchni bryły ograniczonej płaszczyznami:

$$H_1 : x - y = 1, \quad H_2 : x - y = 5,$$

$$H_3 : x + 2z = 0, \quad H_4 : x + 2z = 3, \\ H_5 : z = -1, \quad H_6 : z = 4.$$

21. Oblicz pole trójkąta utworzonego przez parami przecinające się proste:

$$L_1 : \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 0 \\ z = 4t \end{cases},$$

$$L_2 : \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 + 3s \\ z = -4s \end{cases} \text{ i}$$

$$L_3 : \begin{cases} x = -2k \\ y = 3 - 3k \\ z = 0 \end{cases}.$$

22. Oblicz objętość czworościanu, którego wierzchołkami są punkty $A = (1, 2, 2)$, $B = (-1, 1, 2)$, $C = (2, 1, -1)$, $D = (3, -1, 0)$.