

Prosta w $\mathbb{R}^3$

Uwaga! Uproszczony skrót. Po szczegóły odsyłam do notatek z wykładu.

prosta w postaci parametrycznej

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$$

$v = (v_x, v_y, v_z)$ – wektor kierunkowy L

prosta w postaci kierunkowej

$$L : \frac{x - x_0}{v_x} = \frac{y - y_0}{v_y} = \frac{z - z_0}{v_z}$$

prosta w postaci krawędziowej

$$L : \begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

warunek równoległości prostych

$$L_1 \parallel L_2 \iff v_1 \parallel v_2 \iff v_1 = kv_2$$

warunek prostopadłości prostych

$$L_1 \perp L_2 \iff v_1 \perp v_2 \iff u_1 \bullet u_2 = 0$$

kąt między prostymi

$$\angle(L_1, L_2) = \varphi : \quad \cos \varphi = \frac{|v_1 \bullet v_2|}{\|v_1\| \|v_2\|}$$

kąt między prostą a płaszczyzną

$$\angle(L, H) = \varphi : \quad \sin \varphi = \frac{|v \bullet u|}{\|v\| \|u\|}$$

odległość punktu od prostej

$$d(P_0, L) = \frac{\|v \times \overrightarrow{P_0P}\|}{\|v\|}, \quad \text{gdzie } P - \text{ punkt na prostej } L$$

odległość między prostymi skośnymi

$$d(L_1, L_2) = \frac{|\overrightarrow{P_1P_2} \bullet (v_1 \times v_2)|}{\|v_1 \times v_2\|}, \quad \text{gdzie } P_i - \text{ punkt na prostej } L_i$$

pęk płaszczyzn przechodzących przez prostą

$$\alpha(A_1x + B_1y + C_1z + D_1) + \beta(A_2x + B_2y + C_2z + D_2) = 0$$

gdzie $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$