

1. Obliczyć wartość oczekiwaną, wariancję, odchylenie standardowe, kwantyl rzędu p rozkładów o gęstościach prawdopodobieństwa:

$$\bullet f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & , x \in [a, b] \\ 0 & , x \notin [a, b] \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\bullet f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} & , x > 0 \\ 0 & , x \leq 0 \end{cases}$$

gdzie $b > a$, $\sigma > 0$, $\mu, \lambda > 0$, $n > 2 \wedge n \in \mathbb{N}$ są dane oraz:

$$\Gamma(p) = \int_0^{\infty} z^{p-1} e^{-z} dz, p > 0$$

2. Zmienna losowa X ma wartość oczekiwaną μ oraz odchylenie standardowe σ jakie może być największe prawdopodobieństwo, że x przyjmie wartość większą niż $\mu + a\sigma$?

3. Załóżmy, że czas po którym urządzenie podlega awarii ma rozkład:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}$$

dla $\lambda > 0$. Pokazać, że prawdopodobieństwo wystąpienia awarii w czasie $[t, t + \Delta]$ (pod warunkiem, że do awarii nie doszło przed momentem t) nie zależy od parametru t .