

Spis treści

Rozdział 1. Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości	4
1.1. Zdania logiczne	4
1.1.1. Tautologie	5
1.1.2. Formy zdaniowe	6
1.2. Kwantyfikatory	6
1.2.1. Prawa zdań zawierających kwantyfikatory	6
1.3. Zasada indukcji matematycznej	7
1.4. Elementy teorii zbiorów	7
1.4.1. Działania na zbiorach	8
1.4.2. Iloczyn kartezjański zbiorów	8
Rozdział 2. Podstawowe struktury algebraiczne	9
2.1. Działania wewnętrzne	9
2.1.1. Własności działań wewnętrznych	9
2.2. Grupy, pierścienie, ciała	10
Rozdział 3. Liczby zespolone	14
3.1. Sprzężenie, moduł oraz argument liczby zespolonej	15
3.1.1. Własności sprzężenia oraz modułu liczby zespolonej	15
3.2. Postać trygonometryczna liczby zespolonej	16
3.2.1. Mnożenie oraz dzielenie liczb zespolonych zapisanych w postaci trygonometrycznej	16
3.2.2. Wzór de Moivre’a	17
3.3. Pierwiastek n -tego stopnia z liczby zespolonej	17
3.3.1. Interpretacja geometryczna pierwiastka z liczby zespolonej	18
3.4. Postać wykładnicza liczby zespolonej*	20
Rozdział 4. Wielomiany – podstawowe wiadomości	21
4.1. Miejsca zerowe wielomianu	21
4.2. Wzory Viète’a	22
4.3. Równania algebraiczne	23
4.3.1. Równania algebraiczne stopnia pierwszego	23
4.3.2. Równania algebraiczne stopnia drugiego	23
4.3.3. Równania algebraiczne stopnia trzeciego	23
4.3.4. Równania algebraiczne stopnia czwartego	24
4.3.5. Równania algebraiczne stopnia $n \geq 5$	24

Rozdział 5. Przestrzenie liniowe	25
5.1. Działania zewnętrzne	25
5.2. Przestrzeń liniowa (wektorowa)	25
5.3. Podprzestrzeń liniowa	27
5.4. Liniowa niezależność wektorów	27
5.5. Baza i wymiar przestrzeni wektorowej	28
Rozdział 6. Macierze	31
6.1. Działania na macierzach	32
6.1.1. Dodawania macierzy oraz mnożenie macierzy przez skalar	32
6.1.2. Mnożenie macierzy	32
6.1.3. Macierz transponowana	33
6.1.4. Macierz sprzężona	33
6.2. Wyznacznik macierzy	33
6.2.1. Definicja aksjomatyczna	33
6.2.2. Metoda Laplace’a	35
6.2.3. Metoda Gaussa	36
6.3. Macierz odwrotna	36
6.3.1. Algorytmy wyznaczania macierzy odwrotnej	37
6.4. Rząd macierzy	38
Rozdział 7. Równania liniowe	40
7.1. Przekształcenia liniowe	40
7.2. Jądro i obraz odwzorowania liniowego	42
7.3. Układy równań liniowych	44
7.3.1. Twierdzenie Cramera	44
7.3.2. Twierdzenie Kroneckera–Capellego	45
Rozdział 8. Wartości i wektory własne	48
8.1. Podprzestrzeń własna	50
8.2. Diagonalizowalność	51
Rozdział 9. Postać Jordana macierzy	55
9.1. Macierz Jordana	55
9.1.1. Własności macierzy Jordana	56
Rozdział 10. Baza Jordana	61
10.1. Wektory główne	62
10.2. Macierz przejścia	65
10.3. Zmiana bazy, a postać macierzy odwzorowania liniowego	66
10.3.1. Baza złożona z wektorów własnych	67
10.3.2. Baza Jordana	67
Rozdział 11. Przestrzenie unitarne	70
11.1. Norma określona przez iloczyn skalarny	71
11.2. Ortogonalność	72
11.3. Ortogonalizacja Grama–Schmidta	73
11.4. Rzut prostopadły na podprzestrzeń liniową	75
Rozdział 12. Formy kwadratowe	77
12.1. Określoność formy kwadratowej	78

12.2. Metody badania określoności formy kwadratowej	78
12.2.1. Kryterium Sylwestera	78
12.2.2. Kryterium wartości własnych	80
12.2.3. Sproawdzenie do postaci kanonicznej (metoda Lagrange’a)	81
Rozdział 13. Elementy geometrii analitycznej w $\mathbb{R}^3$	84
13.1. Iloczyny wektorów: skalarny, wektorowy, mieszany	85
13.1.1. Iloczyn skalarny	85
13.1.2. Iloczyn wektorowy	86
13.1.3. Iloczyn mieszany	87
13.1.4. Zastosowanie geometryczne iloczynu wektorowego oraz mieszanego	88
13.2. Płaszczyzna w przestrzeni $\mathbb{R}^3$	90
13.2.1. Równanie normalne płaszczyzny	90
13.2.2. Równanie odcinkowe płaszczyzny	90
13.2.3. Równanie parametryczne płaszczyzny	90
13.2.4. Równanie płaszczyzny przechodzącej przez trzy punkty	90
13.3. Prosta w przestrzeni $\mathbb{R}^3$	91
13.3.1. Równanie parametryczne prostej	91
13.3.2. Równanie kierunkowe prostej	91
13.3.3. Równanie krawędziowe prostej	91
13.4. Wzajemne położenie płaszczyzn i prostych	91
13.4.1. Kąt między płaszczyznami oraz prostymi	91
13.4.2. Odległość punktu od płaszczyzny	92
13.4.3. Odległość punktu od prostej	92
13.4.4. Odległość między płaszczyznami	92
13.4.5. Odległość między prostymi	92
Rozdział 14. Zadania egzaminacyjne	94