Zestaw 3.
Równania różniczkowe zupełne

Zadanie 1. Rozwiązać podane równania różniczkowe:

a) $\frac{1}{x}dy - \frac{y}{x^2}dx = 0;$

b) $\frac{1}{y}dx = \frac{x}{y^2}dy;$

c) $\left(\frac{x}{\sqrt{x^2-y^2}} - 1\right)dx = \frac{ydy}{\sqrt{x^2-y^2}};$

d) $\frac{2x(1-e^y)}{(1+x^2)^2}dx + \frac{e^y}{1+x^2}dy = 0;$

e) $(2x\sin y - y^2\sin x)\,dx + (x^2\cos y + 2y\cos x + 1)\,dy = 0;$

f) $(1 - x^2y)\,dx + x^2(y - x)\,dy = 0;$

g) $\left(\frac{x}{y} + 1\right)dx + \left(\frac{x}{y} - 1\right)dy = 0;$

h) $(x\cos y - y\sin y)\,dy + (x\sin y + y\cos y)\,dx = 0;$

i) $(2xy^2 - y)\,dx + (y^2 + x + y)\,dy = 0;$

j) $(x^2 + y)\,dx = xdy;$

k) $2x\,\mathrm{tg}\,ydx + (x^2 - 2\sin y)\,dy = 0;$

l) $1 + 3x^2\sin y - x\,\mathrm{ctg}\,y\frac{dy}{dx} = 0.$

Zadanie 2. Rozwiązać podane zagadnienia początkowe:

a) $(\sin x + e^y)\,dx + \cos xdy = 0,\ y(1) = 1;$

b) $(x - y)\,dx + (2y - x)\,dy = 0,\ y(0) = 0;$

c) $y^2 + (yx - 1)\frac{dy}{dx} = 0,\ y(0) = 1.$