

Zestaw 8.

Układy równań różniczkowych liniowych o stałych współczynnikach

Zadanie 1. Rozwiązać podane układy równań:

$$\text{a) } \begin{cases} \dot{x} = 2x + y \\ \dot{y} = 3x + 4y \end{cases} ; \quad \text{b) } \begin{cases} \dot{x} = x + z - y \\ \dot{y} = x + y - z \\ \dot{z} = 2x - y \end{cases} ;$$

$$\text{c) } \begin{cases} \dot{x} = 2x + 2z - y \\ \dot{y} = x + 2z \\ \dot{z} = y - 2x - z \end{cases} ; \quad \text{d) } \begin{cases} \dot{x} = x - z - y \\ \dot{y} = x + y \\ \dot{z} = 3x + z \end{cases} ;$$

$$\text{e) } \begin{cases} \dot{x} = 2x - y - z \\ \dot{y} = 3x - 2y - 3z \\ \dot{z} = 2z - x + y \end{cases} ; \quad \text{f) } \begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y - z \\ \dot{y} = 3x - 4y - 3z \\ \dot{z} = 2x - 4y \end{cases} ;$$

$$\text{g) } x' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} x; \quad \text{h) } x' = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} x;$$

$$\text{i) } \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} ; \quad \text{j) } \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} .$$

Zadanie 2. Rozwiązać podane zagadnienia początkowe:

$$\text{a) } x' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} x, x(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} ;$$

$$\text{b) } x' = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} x, x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} ;$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x(1) \\ y(1) \\ z(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ e \\ e^2 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \dot{x} = x + y \\ \dot{y} = 2x - y \end{cases}, \begin{cases} x(0) = 1 \\ y(0) = 0 \end{cases} .$$