Zalecany zbiór zadań:

А.Ф. Филиппов, Сборник задач по дифференциальным уравнениям, URSS 2000

Zadania do rozdziału 2.

- równania o zmiennych rozdzielonych: zad. 51–61
- równania postaci $x' = f(ax + bt + c)$: zad. 62–65
- równania jednorodne $x' = f\,(x/t)$: zad. 101–129, 135
- równania liniowe $x' = a\,(t)\,x + b\,(t)$: zad. 136–144, 165, 166
- równania zupełne: zad. 186–220; te które nie są zupełne, próbujemy uzupełnić metodą czynnika całkującego.

Zadania do rozdziału 3.

- jednorodne równania liniowe rzędu $n \geqslant 2$ o stałych współczynnikach: zad. 511–532
- niejednorodne równania liniowe rzędu $n \geqslant 2$ o stałych współczynnikach (metoda przewidywania): zad. 533–569
- niejednorodne równania liniowe rzędu $n \geqslant 2$ o stałych współczynnikach (metoda uzmienniania stałych): zad. 570–579
- problemy początkowe dla równań liniowych rzędu $n \geqslant 2$ o stałych współczynnikach: zad. 582–588

Zadania do rozdziału 4.

- układy równań liniowych jednorodnych rzędu pierwszego, o stałych współczynnikach: zad. 786–812
- układy równań liniowych niejednorodnych rzędu pierwszego, o stałych współczynnikach: zad. 826–866
- wyznaczanie macierzy eksponencjalnej: zad. 867–873

Zadania do rozdziału 5.

- wybrane zadania z tych wskazanych powyżej, w tym (można dołożyć warunki początkowe): 63, 165, 585,...

Zadania do rozdziału 6.

- wyznaczanie punktów równowagi, badanie ich stabilności oraz szkicowanie uproszczonych portretów fazowych: zad. 971–978
- wyznaczanie układów zlinearyzowanych w otoczeniach punktów równowagi oraz badanie ich stabilności: zad. 985–992.

§ 2. УРАВНЕНИЯ С РАЗДЕЛЯЮЩИМИСЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

1. Уравнения с разделяющимися переменными могут быть записаны в виде

$$y' = f(x)g(y), \tag{1}$$

а также в виде

$$M(x)N(y)\,\mathrm{d}x + P(x)Q(y)\,\mathrm{d}y = 0. \tag{2}$$

Для решения такого уравнения надо обе его части умножить или разделить на такое выражение, чтобы в одну часть уравнения входило только x, в другую — только y, и затем проинтегрировать обе части.

При делении обеих частей уравнения на выражение, содержащее неизвестные x и y, могут быть потеряны решения, обращающие это выражение в нуль.

Пример. Решить уравнение

$$x^2y^2y' + 1 = y. \tag{3}$$

Приводим уравнение к виду (2):

$$x^2y^2\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = y - 1; \qquad x^2y^2\,\mathrm{d}y = (y-1)\,\mathrm{d}x.$$

Делим обе части уравнения на $x^2(y-1)$:

$$\frac{y^2}{y-1}\,\mathrm{d}y = \frac{\mathrm{d}x}{x^2}.$$

Переменные разделены. Интегрируем обе части уравнения:

$$\int \frac{y^2}{y-1}\,\mathrm{d}y = \int \frac{\mathrm{d}x}{x^2}; \qquad \frac{y^2}{2} + y + \ln|y-1| = -\frac{1}{x} + C.$$

При делении на $x^2(y-1)$ могли быть потеряны решения $x = 0$ и $y - 1 = 0$, т. е. $y = 1$. Очевидно, $y = 1$ — решение уравнения (3), а $x = 0$ — нет.

2. Уравнения вида $y' = f(ax + by)$ приводятся к уравнениям с разделяющимися переменными заменой $z = ax + by$ (или $z = ax + by + c$, где c любое).

В задачах **51—65** решить данные уравнения и для каждого из них построить несколько интегральных кривых. Найти также решения, удовлетворяющие начальным условиям (в тех задачах, где указаны начальные условия).

51. $xy\,\mathrm{d}x + (x+1)\,\mathrm{d}y = 0$.

52. $\sqrt{y^2+1}\,\mathrm{d}x = xy\,\mathrm{d}y$.

53. $(x^2-1)y' + 2xy^2 = 0$; $y(0) = 1$.

54. $y' \operatorname{ctg} x + y = 2$; $y(x) \to -1$ при $x \to 0$.

55. $y' = 3\sqrt[3]{y^2}$; $y(2) = 0$.

56. $xy' + y = y^2$; $y(1) = 0{,}5$.

57. $2x^2yy' + y^2 = 2$.

58. $y' - xy^2 = 2xy$.

59. $\mathrm{e}^{-s}\left(1 + \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\right) = 1$.

60. $z' = 10^{x+z}$.

61. $x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + t = 1$.

62. $y' = \cos(y - x)$.

63. $y' - y = 2x - 3$.

64. $(x + 2y)y' = 1$; $y(0) = -1$.

65. $y' = \sqrt{4x + 2y - 1}$.

В задачах **66—67** найти решения уравнений, удовлетворяющие указанным условиям при $x \to +\infty$.

66. $x^2y' - \cos 2y = 1$; $y(+\infty) = 9\pi/4$.

67. $3y^2y' + 16x = 2xy^3$; $y(x)$ ограничено при $x \to +\infty$.

68. Найти ортогональные траектории к линиям следующих семейств: а) $y = Cx^2$; б) $y = C\mathrm{e}^x$; в) $Cx^2 + y^2 = 1$.

В задачах **69*** и **70*** переменные разделяются, но получаемые интегралы не могут быть выражены через элементарные функции. Однако, исследовав их сходимость, можно дать ответ на поставленные вопросы.

69*. Показать, что каждая интегральная кривая уравнения $y' = \sqrt[3]{\frac{y^2+1}{x^4+1}}$ имеет две горизонтальные асимптоты.

70*. Исследовать поведение интегральных кривых уравнения $y' = \sqrt{\frac{\ln(1+y)}{\sin x}}$ в окрестности начала координат. Показать, что из каждой точки границы первого координатного угла выходит одна интегральная кривая, проходящая внутри этого угла.

97. Найти атмосферное давление на высоте h, если на поверхности земли давление равно 1 *кГ/см*^{2} и плотность воздуха 0,0012 *г/см*^{3}. Использовать закон Бойля—Мариотта, в силу которого плотность пропорциональна давлению (т. е. пренебречь изменением температуры воздуха с высотой).

98. Для остановки речных судов у пристани с них бросают канат, который наматывают на столб, стоящий на пристани. Какая сила будет тормозить судно, если канат делает три витка вокруг столба, коэффициент трения каната о столб равен 1/3, и рабочий на пристани тянет за свободный конец каната с силой 10 *кГ*?

99. В закрытом помещении объемом v *м*^{3} находится открытый сосуд с водой. Скорость испарения воды пропорциональна разности между количеством q_1 водяного пара, насыщающего 1 *м*^{3} воздуха при данной температуре, и количеством q водяного пара, имеющемся в 1 *м*^{3} воздуха в рассматриваемый момент (считаем, что температура воздуха и воды, а также величина площади, с которой происходит испарение, остаются неизменными). В начальный момент в сосуде было m_0 грамм воды, а в 1 *м*^{3} воздуха q_0 грамм пара. Сколько воды останется в сосуде через промежуток времени t?

100. Масса ракеты с полным запасом топлива равна M, без топлива m, скорость истечения продуктов горения из ракеты равна c, начальная скорость ракеты равна нулю. Найти скорость ракеты после сгорания топлива, пренебрегая силой тяжести и сопротивлением воздуха (формула Циолковского).

§ 4. ОДНОРОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Однородные уравнения могут быть записаны в виде $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$, а также в виде $M(x,\ y)\,\mathrm{d}x + N(x,\ y)\,\mathrm{d}y = 0$, где $M(x,\ y)$ и $N(x,\ y)$ — однородные функции одной и той же степени[1]. Чтобы решить однородное уравнение, можно сделать замену $y = tx$, после чего получается уравнение с разделяющимися переменными.

П р и м е р. Решить уравнение $x\,\mathrm{d}y = (x + y)\,\mathrm{d}x$.

---

[1]Функция $M(x,\ y)$ называется однородной функцией степени n, если для всех $k > 0$ имеем $M(kx,\ ky) \equiv k^n M(x,\ y)$.

Это уравнение — однородное. Полагаем $y = tx$. Тогда $\mathrm{d}y = x\,\mathrm{d}t + t\,\mathrm{d}x$. Подставляя в уравнение, получим

$$x(x\,\mathrm{d}t + t\,\mathrm{d}x) = (x + tx)\,\mathrm{d}x; \quad x\,\mathrm{d}t = \mathrm{d}x.$$

Решаем полученное уравнение с разделяющимися переменными

$$\mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}x}{x}; \quad t = \ln|x| + C.$$

Возвращаясь к старому переменному y, получим $y = x(\ln|x| + C)$. Кроме того, имеется решение $x = 0$, которое было потеряно при делении на x.

2. Уравнение вида $y' = f\left(\frac{a_1x+b_1y+c_1}{ax+by+c}\right)$ приводится к однородному с помощью переноса начала координат в точку пересечения прямых $ax+by+c=0$ и $a_1x+b_1y+c_1=0$. Если же эти прямые не пересекаются, то $a_1x+b_1y = k(ax+by)$; следовательно, уравнение имеет вид $y' = F(ax+by)$ и приводится к уравнению с разделяющимися переменными заменой $z = ax+by$ (или $z = ax+by+c$), см. § 2, п. 2.

3. Некоторые уравнения можно привести к однородным заменой $y = z^m$. Число m обычно заранее не известно. Чтобы его найти, надо в уравнении сделать замену $y = z^m$. Требуя, чтобы уравнение было однородным, найдем число m, если это возможно. Если же этого сделать нельзя, то уравнение не приводится к однородному этим способом.

Пример. Дано уравнение $2x^4yy'+y^4 = 4x^6$. После замены $y = z^m$ уравнение примет вид $2mx^4z^{2m-1}z' + z^{4m} = 4x^6$. Это уравнение будет однородным в том случае, когда степени всех его членов равны между собой, т. е. $4 + (2m-1) = 4m = 6$. Эти равенства удовлетворяются одновременно, если $m = 3/2$. Следовательно, уравнение можно привести к однородному заменой $y = z^{3/2}$.

Решить уравнения **101—129.**

101. $(x+2y)\,\mathrm{d}x - x\,\mathrm{d}y = 0.$

102. $(x-y)\,\mathrm{d}x + (x+y)\,\mathrm{d}y = 0.$

103. $(y^2-2xy)\,\mathrm{d}x + x^2\,\mathrm{d}y = 0.$

104. $2x^3y' = y(2x^2-y^2).$

105. $y^2 + x^2y' = xyy'.$

106. $(x^2+y^2)y' = 2xy.$

107. $xy' - y = x\operatorname{tg}\frac{y}{x}$.

108. $xy' = y - xe^{y/x}$.

109. $xy' - y = (x+y)\ln\frac{x+y}{x}$.

110. $xy' = y\cos\ln\frac{y}{x}$.

111. $\left(y + \sqrt{xy}\right)\,dx = x\,dy$.

112. $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$.

113. $(2x - 4y + 6)\,dx + (x + y - 3)\,dy = 0$.

114. $(2x + y + 1)\,dx - (4x + 2y - 3)\,dy = 0$.

115. $x - y - 1 + (y - x + 2)y' = 0$.

116. $(x + 4y)y' = 2x + 3y - 5$.

117. $(y + 2)\,dx = (2x + y - 4)\,dy$.

118. $y' = 2\left(\dfrac{y+2}{x+y-1}\right)^2$.

119. $(y' + 1)\ln\dfrac{y+x}{x+3} = \dfrac{y+x}{x+3}$.

120. $y' = \dfrac{y+2}{x+1} + \operatorname{tg}\dfrac{y-2x}{x+1}$.

121. $x^3(y' - x) = y^2$.

122. $2x^2y' = y^3 + xy$.

123. $2x\,dy + (x^2y^4 + 1)y\,dx = 0$.

124. $y\,dx + x(2xy + 1)\,dy = 0$.

125. $2y' + x = 4\sqrt{y}$.

126. $y' = y^2 - \frac{2}{x^2}$.

127. $2xy' + y = y^2\sqrt{x - x^2y^2}$.

128. $\frac{2}{3}xyy' = \sqrt{x^6 - y^4} + y^2$.

129. $2y + (x^2y + 1)xy' = 0$.

130. Найти траектории, пересекающие кривые данного семейства под углом в 45°, причем этот угол от касательной к кривой до касательной к траектории отсчитывается в отрицательном направлении.

$$\text{а) } y = x \ln Cx; \quad \text{б) } (x-3y)^4 = Cxy^6.$$

131. Найти кривую, у которой точка пересечения любой касательной с осью абсцисс одинаково удалена от точки касания и от начала координат.

132. Найти кривую, у которой расстояние любой касательной от начала координат равно абсциссе точки касания.

133. При каких α и β уравнение $y' = ax^\alpha + +by^\beta$ приводится к однородному с помощью замены $y = z^m$?

134*. Пусть k_0 — корень уравнения $f(k) = k$. Показать, что:

1) если $f'(k_0) < 1$, то ни одно решение уравнения $y' = = f(y/x)$ не касается прямой $y = k_0 x$ в начале координат;

2) если $f'(k_0) > 1$, то этой прямой касается бесконечно много решений.

135. Начертить приближенно интегральные кривые следующих уравнений (не решая уравнений):

$$\text{а) } y' = \frac{y(2y-x)}{x^2}; \qquad \text{б) } y' = \frac{2y^2 - x^2}{xy};$$

$$\text{в) } y' = \frac{2y^3 - x^2 y}{2x^2 y - x^3}; \qquad \text{г*) } xy' = y + \sqrt{y^2 + \frac{y^3}{x}}.$$

Указание. Тангенс угла между лучом $y = kx$ и пересекающей его интегральной кривой уравнения $y' = f(y/x)$ равен $(f(k) - k) \,/\, (1 + kf(k))$ (почему?). Для приближенного построения интегральных кривых надо исследовать знак этой дроби в зависимости от k.

§ 5. ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

1. Уравнение

$$y' + a(x)y = b(x) \tag{1}$$

называется линейным. Чтобы его решить, надо сначала решить уравнение

$$y' + a(x)y = 0 \tag{2}$$

(это делается путем разделения переменных, см. § 2) и в общем решении последнего заменить произвольную постоянную C на неизвестную функцию $C(x)$. Затем выражение, полученное для y, подставить в уравнение (1) и найти функцию $C(x)$.

2. Некоторые уравнения становятся линейными, если поменять местами искомую функцию и независимое переменное. Например, уравнение $y = (2x + y^3)y'$, в котором y является функцией от x, — нелинейное. Запишем его в дифференциалах: $y\,\mathrm{d}x - (2x + y^3)\,\mathrm{d}y = 0$. Так как в это уравнение x и $\mathrm{d}x$ входят линейно, то уравнение будет линейным, если x считать искомой функцией, а y — независимым переменным. Это уравнение может быть записано в виде

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}y} - \frac{2}{y}x = y^2$$

и решается аналогично уравнению (1).

3. Чтобы решить уравнение Бернулли, т. е. уравнение

$$y' + a(x)y = b(x)y^n, \quad (n \neq 1),$$

надо обе его части разделить на y^n и сделать замену $1/y^{n-1} = z$. После замены получается линейное уравнение, которое можно решить изложенным выше способом. (Пример см. в [1], гл. I, § 4, п. 2, пример 10.)

4. Уравнение Риккати, т. е. уравнение

$$y' + a(x)y + b(x)y^2 = c(x),$$

в общем случае не решается в квадратурах. Если же известно одно частное решение $y_1(x)$, то заменой $y = y_1(x) + z$ уравнение Риккати сводится к уравнению Бернулли и таким образом может быть решено в квадратурах.

Иногда частное решение удается подобрать, исходя из вида свободного члена уравнения (члена, не содержащего y). Например, для уравнения $y' + y^2 = x^2 - 2x$ в левой части будут члены, подобные членам правой части, если взять $y = ax + b$. Подставляя в уравнение и приравнивая коэффициенты при подобных членах, найдем a и b (если частное решение указанного вида существует, что вовсе не всегда бывает). Другой пример: для уравнения $y' + 2y^2 = 6/x^2$ те же рассуждения побуждают нас искать частное решение в виде $y = a/x$. Подставляя $y = a/x$ в уравнение, найдем постоянную a.

Решить уравнения **136—160.**

136. $xy' - 2y = 2x^4$.

137. $(2x+1)y' = 4x + 2y.$

138. $y' + y\operatorname{tg} x = \sec x.$

139. $(xy + e^x)\,dx - x\,dy = 0.$

140. $x^2y' + xy + 1 = 0.$

141. $y = x(y' - x\cos x).$

142. $2x(x^2 + y)\,dx = dy.$

143. $(xy' - 1)\ln x = 2y.$

144. $xy' + (x+1)y = 3x^2e^{-x}.$

145. $(x + y^2)\,dy = y\,dx.$

146. $(2e^y - x)y' = 1.$

147. $(\sin^2 y + x\operatorname{ctg} y)y' = 1.$

148. $(2x + y)\,dy = y\,dx + 4\ln y\,dy.$

149. $y' = \frac{y}{3x - y^2}.$

150. $(1 - 2xy)y' = y(y - 1).$

151. $y' + 2y = y^2e^x.$

152. $(x+1)(y' + y^2) = -y.$

153. $y' = y^4\cos x + y\operatorname{tg} x.$

154. $xy^2y' = x^2 + y^3.$

155. $xy\,dy = (y^2 + x)\,dx.$

156. $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y.$

157. $xy' + 2y + x^5y^3e^x = 0.$

158. $2y' - \frac{x}{y} = \frac{xy}{x^2 - 1}.$

159. $y'x^3\sin y = xy' - 2y.$

160. $(2x^2y\ln y - x)y' = y.$

С помощью замены переменных или дифференцирования привести уравнения **161—166** к линейным и решить их.

161. $x\,\mathrm{d}x = (x^2 - 2y + 1)\,\mathrm{d}y$.

162. $(x+1)(yy' - 1) = y^2$.

163. $x(\mathrm{e}^y - y') = 2$.

164. $(x^2 - 1)y'\sin y + 2x\cos y = 2x - 2x^3$.

165. $y(x) = \int\limits_0^x y(t)\,\mathrm{d}t + x + 1$.

166. $\int\limits_0^x (x-t)y(t)\,\mathrm{d}t = 2x + \int\limits_0^x y(t)\,\mathrm{d}t$.

В задачах **167—171**, найдя путем подбора частное решение, привести данные уравнения Риккати к уравнениям Бернулли и решить их.

167. $x^2y' + xy + x^2y^2 = 4$.

168. $3y' + y^2 + \frac{2}{x^2} = 0$.

169. $xy' - (2x+1)y + y^2 = -x^2$.

170. $y' - 2xy + y^2 = 5 - x^2$.

171. $y' + 2y\mathrm{e}^x - y^2 = \mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^x$.

172. Найти траектории, ортогональные к линиям семейства $y^2 = C\mathrm{e}^x + x + 1$.

173. Найти кривые, у которых площадь трапеции, ограниченной осями координат, касательной и ординатой точки касания, есть величина постоянная, равная $3a^2$.

174. Найти кривые, у которых площадь треугольника, ограниченного касательной, осью абсцисс и отрезком от начала координат до точки касания, есть величина постоянная, равная a^2.

175. В баке находится 100 *л* раствора, содержащего 10 *кг* соли. В бак втекает 5 *л* воды в минуту, а смесь с той же скоростью переливается в другой 100-литровый бак, первоначально наполненный чистой водой. Избыток жидкости из него выливается. Когда количество соли во втором баке будет наибольшим? Чему оно равно?

176. За время Δt (где Δt очень мало и выражено в долях года) из каждого грамма радия распадается 0,00044 Δt грамма

Кроме того, при делении на $-x^2$ было потеряно решение $x = 0$.

Замечание. Так как после деления уравнения (5) на $-x^2$, т. е. умножения на $-1/x^2$, получилось уравнение в полных дифференциалах, то интегрирующий множитель для уравнения (5) равен $-1/x^2$.

3. Если в уравнении (4) можно выделить полный дифференциал некоторой функции $\varphi(x,\ y)$, то иногда уравнение упрощается, если от переменных $(x,\ y)$ перейти к переменным $(x,\ z)$ или $(y,\ z)$, где $z = \varphi(x,\ y)$.

Примеры. 1) Решить уравнение $y\,\mathrm{d}x - (x^3y + x)\,\mathrm{d}y = 0$.

Выделив полный дифференциал как в предыдущем примере, получим

$$\mathrm{d}\left(\frac{y}{x}\right) + xy\,\mathrm{d}y = 0.$$

Перейдя к переменным $z = y/x$ и y, получим уравнение

$$\mathrm{d}z + \frac{y^2}{z}\,\mathrm{d}y = 0,$$

которое легко решается.

2) Решить уравнение $(xy + y^4)\,\mathrm{d}x + (x^2 - xy^3)\,\mathrm{d}y = 0$.

Сгруппируем члены так, чтобы выделить полные дифференциалы

$$x(y\,\mathrm{d}x + x\,\mathrm{d}y) + y^3(y\,\mathrm{d}x - x\,\mathrm{d}y) = 0, \quad x\,\mathrm{d}(xy) + y^5\,\mathrm{d}\left(\frac{x}{y}\right) = 0.$$

Разделив на x и сделав замену $xy = u$, $x/y = v$, получим уравнение $\mathrm{d}u + \dfrac{u^2}{v^3}\,\mathrm{d}v = 0$, которое легко решается.

В задачах **186—194** проверить, что данные уравнения являются уравнениями в полных дифференциалах, и решить их.

186. $2xy\,\mathrm{d}x + (x^2 - y^2)\,\mathrm{d}y = 0$.

187. $(2 - 9xy^2)x\,\mathrm{d}x + (4y^2 - 6x^3)y\,\mathrm{d}y = 0$.

188. $\mathrm{e}^{-y}\,\mathrm{d}x - (2y + x\mathrm{e}^{-y})\,\mathrm{d}y = 0$.

189. $\frac{y}{x}\,\mathrm{d}x + (y^3 + \ln x)\,\mathrm{d}y = 0$.

190. $\dfrac{3x^2 + y^2}{y^2}\,\mathrm{d}x - \dfrac{2x^3 + 5y}{y^3}\,\mathrm{d}y = 0$.

191. $2x\left(1+\sqrt{x^2-y}\right)\,\mathrm{d}x-\sqrt{x^2-y}\,\mathrm{d}y=0.$

192. $(1+y^2\sin 2x)\,\mathrm{d}x-2y\cos^2 x\,\mathrm{d}y=0.$

193. $3x^2(1+\ln y)\,\mathrm{d}x=\left(2y-\frac{x^3}{y}\right)\mathrm{d}y.$

194. $\left(\dfrac{x}{\sin y}+2\right)\mathrm{d}x+\dfrac{(x^2+1)\cos y}{\cos 2y-1}\,\mathrm{d}y=0.$

Решить уравнения **195—220**, найдя каким-либо способом интегрирующий множитель или сделав замену переменных.

195. $(x^2+y^2+x)\,\mathrm{d}x+y\,\mathrm{d}y=0.$

196. $(x^2+y^2+y)\,\mathrm{d}x-x\,\mathrm{d}y=0.$

197. $y\,\mathrm{d}y=(x\,\mathrm{d}y+y\,\mathrm{d}x)\sqrt{1+y^2}.$

198. $xy^2(xy'+y)=1.$

199. $y^2\,\mathrm{d}x-(xy+x^3)\,\mathrm{d}y=0.$

200. $\left(y-\dfrac{1}{x}\right)\mathrm{d}x+\dfrac{\mathrm{d}y}{y}=0.$

201. $(x^2+3\ln y)y\,\mathrm{d}x=x\,\mathrm{d}y.$

202. $y^2\,\mathrm{d}x+(xy+\operatorname{tg}xy)\,\mathrm{d}y=0.$

203. $y(x+y)\,\mathrm{d}x+(xy+1)\,\mathrm{d}y=0.$

204. $y(y^2+1)\,\mathrm{d}x+x(y^2-x+1)\,\mathrm{d}y=0.$

205. $(x^2+2x+y)\,\mathrm{d}x=(x-3x^2y)\,\mathrm{d}y.$

206. $y\,\mathrm{d}x-x\,\mathrm{d}y=2x^3\operatorname{tg}\frac{y}{x}\,\mathrm{d}x.$

207. $y^2\,\mathrm{d}x+(\mathrm{e}^x-y)\,\mathrm{d}y=0.$

208. $xy\,\mathrm{d}x=(y^3+x^2y+x^2)\,\mathrm{d}y.$

209. $x^2y(y\,\mathrm{d}x+x\,\mathrm{d}y)=2y\,\mathrm{d}x+x\,\mathrm{d}y.$

210. $(x^2-y^2+y)\,\mathrm{d}x+x(2y-1)\,\mathrm{d}y=0.$

211. $(2x^2y^2+y)\,\mathrm{d}x+(x^3y-x)\,\mathrm{d}y=0.$

212. $(2x^2y^3-1)y\,\mathrm{d}x+(4x^2y^3-1)x\,\mathrm{d}y=0.$

213. $y(x+y^2)\,\mathrm{d}x + x^2(y-1)\,\mathrm{d}y = 0.$

214. $(x^2 - \sin^2 y)\,\mathrm{d}x + x\sin 2y\,\mathrm{d}y = 0.$

215. $x(\ln y + 2\ln x - 1)\,\mathrm{d}y = 2y\,\mathrm{d}x.$

216. $(x^2+1)(2x\,\mathrm{d}x + \cos y\,\mathrm{d}y) = 2x\sin y\,\mathrm{d}x.$

217. $(2x^3y^2 - y)\,\mathrm{d}x + (2x^2y^3 - x)\,\mathrm{d}y = 0.$

218. $x^2y^3 + y + (x^3y^2 - x)y' = 0.$

219. $(x^2 - y)\,\mathrm{d}x + x(y+1)\,\mathrm{d}y = 0.$

220. $y^2(y\,\mathrm{d}x - 2x\,\mathrm{d}y) = x^3(x\,\mathrm{d}y - 2y\,\mathrm{d}x).$

§ 7. СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ

1. Теорема существования и единственности решения уравнения

$$y' = f(x,\ y) \tag{1}$$

с начальным условием $y(x_0) = y_0$.

Пусть в замкнутой области R $(|x - x_0| \leqslant a,\ |y - y_0| \leqslant b)$ *функции* f *и* f'_y *непрерывны*[1]*. Тогда на некотором отрезке* $x_0 - d \leqslant x \leqslant x_0 + d$ *существует единственное решение уравнения* (1), *удовлетворяющее начальному условию* $y(x_0) = y_0$.

При этом можно взять $d = \min\left\{a;\ \frac{b}{m}\right\}$, где a и b указаны выше, а m — любое такое, что $|f| \leqslant m$ в R.

Последовательные приближения, определяемые формулами

$$y_0(x) = y_0, \quad y_k(x) = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(s,\ y_{k-1}(s))\,\mathrm{d}s, \quad k = 1,\ 2,\ \ldots,$$

равномерно сходятся к решению на указанном отрезке.

Замечание. Для существования решения достаточно только непрерывности $f(x,\ y)$ в области R, но при этом решение может не быть единственным.

---

[1]Требование непрерывности $f'(y)$ можно заменить требованием ее ограниченности или условием Липшица: $|f(x,y_1) - f(x,y_2)| \leqslant k|y_1 - y_2|$, $k = \mathrm{const}$.

сумме найденного частного решения (17) и общего решения линейного однородного уравнения

$$R\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} + \frac{I}{C} = 0. \tag{18}$$

Так как решение уравнения (18) $I = K\mathrm{e}^{-t/RC}$ (здесь K — произвольная постоянная) стремится к нулю при $t \to +\infty$, то любое решение уравнения (15) при $t \to +\infty$ неограниченно приближается (и притом весьма быстро) к найденному периодическому решению (17).

Решить уравнения **511—548**.

511. $y'' + y' - 2y = 0.$ **512.** $y'' + 4y' + 3y = 0.$

513. $y'' - 2y' = 0.$ **514.** $2y'' - 5y' + 2y = 0.$

515. $y'' - 4y' + 5y = 0.$ **516.** $y'' + 2y' + 10y = 0.$

517. $y'' + 4y = 0.$ **518.** $y''' - 8y = 0.$

519. $y^{\mathrm{IV}} - y = 0.$ **520.** $y^{\mathrm{IV}} + 4y = 0.$

521. $y^{\mathrm{VI}} + 64y = 0.$ **522.** $y'' - 2y' + y = 0.$

523. $4y'' + 4y' + y = 0.$ **524.** $y^{\mathrm{V}} - 6y^{\mathrm{IV}} + 9y''' = 0.$

525. $y^{\mathrm{V}} - 10y''' + 9y' = 0.$

526. $y^{\mathrm{IV}} + 2y'' + y = 0.$

527. $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0.$

528. $y''' - y'' - y' + y = 0.$

529. $y^{\mathrm{IV}} - 5y'' + 4y = 0.$ **530.** $y^{\mathrm{V}} + 8y''' + 16y' = 0.$

531. $y''' - 3y' + 2y = 0.$ **532.** $y^{\mathrm{IV}} + 4y'' + 3y = 0.$

533. $y'' - 2y' - 3y = \mathrm{e}^{4x}.$ **534.** $y'' + y = 4x\mathrm{e}^{x}.$

535. $y'' - y = 2\mathrm{e}^{x} - x^2.$

536. $y'' + y' - 2y = 3x\mathrm{e}^{x}.$

537. $y'' - 3y' + 2y = \sin x.$

538. $y'' + y = 4\sin x.$

539. $y'' - 5y' + 4y = 4x^2\mathrm{e}^{2x}.$

540. $y'' - 3y' + 2y = x\cos x$.

541. $y'' + 3y' - 4y = e^{-4x} + xe^{-x}$.

542. $y'' + 2y' - 3y = x^2 e^x$.

543. $y'' - 4y' + 8y = e^{2x} + \sin 2x$.

544. $y'' - 9y = e^{3x}\cos x$.

545. $y'' - 2y' + y = 6xe^x$.

546. $y'' + y = x\sin x$.

547. $y'' + 4y' + 4y = xe^{2x}$.

548. $y'' - 5y' = 3x^2 + \sin 5x$.

В задачах **549—574** для каждого из данных уравнений написать его частное решение с неопределенными коэффициентами (числовых значений коэффициентов не находить).

549. $y'' - 2y' + 2y = e^x + x\cos x$.

550. $y'' + 6y' + 10y = 3xe^{-3x} - 2e^{3x}\cos x$.

551. $y'' - 8y' + 20y = 5xe^{4x}\sin 2x$.

552. $y'' + 7y' + 10y = xe^{-2x}\cos 5x$.

553. $y'' - 2y' + 5y = 2xe^x + e^x\sin 2x$.

554. $y'' - 2y' + y = 2xe^x + e^x\sin 2x$.

555. $y'' - 8y' + 17y = e^{4x}(x^2 - 3x\sin x)$.

556. $y''' + y' = \sin x + x\cos x$.

557. $y''' - 2y'' + 4y' - 8y = e^{2x}\sin 2x + 2x^2$.

558. $y'' - 6y' + 8y = 5xe^{2x} + 2e^{4x}\sin x$.

559. $y'' + 2y' + y = x(e^{-x} - \cos x)$.

560. $y''' - y'' - y' + y = 3e^x + 5x\sin x$.

561. $y'' - 6y' + 13y = x^2 e^{3x} - 3\cos 2x$.

562. $y'' - 9y = e^{-3x}(x^2 + \sin 3x)$.

563. $y^{\mathrm{IV}} + y'' = 7x - 3\cos x$.

564. $y'' + 4y = \cos x \cdot \cos 3x$.

565. $y''' - 4y'' + 3y' = x^2 + xe^{2x}$.

566. $y'' - 4y' + 5y = e^{2x} \sin^2 x$.

567. $y'' + 3y' + 2y = e^{-x} \cos^2 x$.

568. $y'' - 2y' + 2y = (x + e^x) \sin x$.

569. $y^{IV} + 5y'' + 4y = \sin x \cdot \cos 2x$.

570. $y'' - 3y' + 2y = 2^x$.

571. $y'' - y = 4 \operatorname{sh} x$.

572. $y'' + 4y' + 3y = \operatorname{ch} x$.

573. $y'' + 4y = \operatorname{sh} x \cdot \sin 2x$.

574. $y'' + 2y' + 2y = \operatorname{ch} x \cdot \sin x$.

Решить уравнения **575—581** способом вариации постоянных.

575. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$.

576. $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}$.

577. $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$.

578. $y'' + 4y = 2 \operatorname{tg} x$.

579. $y'' + 2y' + y = 3e^{-x}\sqrt{x + 1}$.

580. $y'' + y = 2 \sec^3 x$.

581*. $x^3(y'' - y) = x^2 - 2$.

Найти решения уравнений **582—588**, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

582. $y'' - 2y' + y = 0$; $y(2) = 1$, $y'(2) = -2$.

583. $y'' + y = 4e^x$; $y(0) = 4$, $y'(0) = -3$.

584. $y'' - 2y' = 2e^x$; $y(1) = -1$, $y'(1) = 0$.

585. $y'' + 2y' + 2y = xe^{-x}$; $y(0) = y'(0) = 0$.

586. $y''' - y' = 0$; $y(0) = 3$, $y'(0) = -1$, $y''(0) = 1$.

587. $y''' - 3y' - 2y = 9e^{2x}$; $y(0) = 0$, $y'(0) = -3$, $y''(0) = 3$.

588. $y^{\mathrm{IV}} + y'' = 2\cos x$; $y(0) = -2$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = y'''(0) = 0$.

В задачах **589—600** решить уравнения Эйлера

589. $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$.

590. $x^2y'' - xy' - 3y = 0$.

591. $x^3y''' + xy' - y = 0$.

592. $x^2y''' = 2y'$.

593. $x^2y'' - xy' + y = 8x^3$.

594. $x^2y'' + xy' + 4y = 10x$.

595. $x^3y'' - 2xy = 6\ln x$.

596. $x^2y'' - 3xy' + 5y = 3x^2$.

597. $x^2y'' - 6y = 5x^3 + 8x^2$.

598. $x^2y'' - 2y = \sin\ln x$.

599. $(x-2)^2y'' - 3(x-2)y' + 4y = x$.

600. $(2x+3)^3y''' + 3(2x+3)y' - 6y = 0$.

Применяя различные методы, решить уравнения **601—611**.

601. $y'' + 2y' + y = \cos ix$.

602. $y'' - 2y' + y = xe^x \sin^2 ix$.

603. $y'' + 2iy = 8e^x \sin x$.

604. $y'' + 2iy' - y = 8\cos x$.

605. $y''' - 8iy = \cos 2x$.

606. $y'' - \dfrac{2y}{x^2} = 3\ln(-x)$.

607. $y'' + 2y' + y = xe^x + \dfrac{1}{xe^x}$.

2) Путем приведения матрицы к жордановой форме. Пусть известна такая матрица C, что матрица $C^{-1}AC = M$ имеет жорданову форму, т. е. состоит из клеток K_i. Каждая жорданова клетка имеет вид $K = \lambda E + F$, у матрицы F все элементы нули, кроме 1-го косого ряда над диагональю. Поэтому $F^m = 0$, где m — порядок матрицы F, и e^F легко найти с помощью ряда (18). Так как еще $\mathrm{e}^{\lambda E} = \mathrm{e}^{\lambda} E$, то

$$\mathrm{e}^K = \mathrm{e}^{\lambda E + F} = \mathrm{e}^{\lambda E} \cdot \mathrm{e}^F = \mathrm{e}^{\lambda} E \cdot \mathrm{e}^F = \mathrm{e}^{\lambda}\, \mathrm{e}^F .$$

Составив из клеток e^{K_i} матрицу e^M, найдем e^A с помощью свойства а). Доказательства и пример см. в [5], гл. 1, §§ 12–14.

В задачах **786—812** решить данные системы уравнений ($\dot{x}$ означает $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, и т. д.; для облегчения работы в некоторых задачах указаны корни характеристического уравнения).

786. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y, \\ \dot{y} = 3x + 4y. \end{cases}$

787. $\begin{cases} \dot{x} = x - y, \\ \dot{y} = y - 4x. \end{cases}$

788. $\begin{cases} \dot{x} + x - 8y = 0, \\ \dot{y} - x - y = 0. \end{cases}$

789. $\begin{cases} \dot{x} = x + y, \\ \dot{y} = 3y - 2x. \end{cases}$

790. $\begin{cases} \dot{x} = x - 3y, \\ \dot{y} = 3x + y. \end{cases}$

791. $\begin{cases} \dot{x} + x + 5y = 0, \\ \dot{y} - x - y = 0. \end{cases}$

792. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y, \\ \dot{y} = 4y - x. \end{cases}$

793. $\begin{cases} \dot{x} = 3x - y, \\ \dot{y} = 4x - y. \end{cases}$

794. $\begin{cases} \dot{x} = 2y - 3x, \\ \dot{y} = y - 2x. \end{cases}$

795. $\begin{cases} \dot{x} - 5x - 3y = 0, \\ \dot{y} + 3x + y = 0. \end{cases}$

796. $\begin{cases} \dot{x} = x + z - y, \\ \dot{y} = x + y - z, \\ \dot{z} = 2x - y \end{cases}$
$(\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = 2,\ \lambda_3 = -1)$.

797. $\begin{cases} \dot{x} = x - 2y - z, \\ \dot{y} = y - x + z, \\ \dot{z} = x - z \end{cases}$
$(\lambda_1 = 0,\ \lambda_2 = 2,\ \lambda_3 = -1)$.

798. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y + z, \\ \dot{y} = x + 2y - z, \\ \dot{z} = x - y + 2z \end{cases}$
$(\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = 2,\ \lambda_3 = 3)$.

799. $\begin{cases} \dot{x} = 3x - y + z, \\ \dot{y} = x + y + z, \\ \dot{z} = 4x - y + 4z \end{cases}$
$(\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = 2,\ \lambda_3 = 5)$.

800. $\begin{cases} \dot{x} = 4y - 2z - 3x, \\ \dot{y} = z + x, \\ \dot{z} = 6x - 6y + 5z \end{cases}$ $(\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = 2,\ \lambda_3 = -1)$.

801. $\begin{cases} \dot{x} = x - y - z, \\ \dot{y} = x + y, \\ \dot{z} = 3x + z \end{cases}$ $(\lambda_1 = 1,\ \lambda_{2,3} = 1 \pm 2i)$.

802. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y, \\ \dot{y} = x + 3y - z, \\ \dot{z} = 2y + 3z - x \end{cases}$ $(\lambda_1 = 2,\ \lambda_{2,3} = 3 \pm i)$.

803. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 2z - y, \\ \dot{y} = x + 2z, \\ \dot{z} = y - 2x - z \end{cases}$ $(\lambda_1 = 1,\ \lambda_{2,3} = \pm i)$.

804. $\begin{cases} \dot{x} = 4x - y - z, \\ \dot{y} = x + 2y - z, \\ \dot{z} = x - y + 2z \end{cases}$ $(\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = \lambda_3 = 3)$.

805. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y - z, \\ \dot{y} = 3x - 2y - 3z, \\ \dot{z} = 2z - x + y \end{cases}$ $(\lambda_1 = 0,\ \lambda_2 = \lambda_3 = 1)$.

806. $\begin{cases} \dot{x} = y - 2x - 2z, \\ \dot{y} = x - 2y + 2z, \\ \dot{z} = 3x - 3y + 5z \end{cases}$ $(\lambda_1 = 3,\ \lambda_2 = \lambda_3 = -1)$.

807. $\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y - z, \\ \dot{y} = 3x - 4y - 3z, \\ \dot{z} = 2x - 4y \end{cases}$ $(\lambda_1 = \lambda_2 = 2,\ \lambda_3 = -5)$.

808. $\begin{cases} \dot{x} = x - y + z, \\ \dot{y} = x + y - z, \\ \dot{z} = 2z - y \end{cases}$ $(\lambda_1 = \lambda_2 = 1,\ \lambda_3 = 2)$.

809. $\begin{cases} \dot{x} = y - 2z - x, \\ \dot{y} = 4x + y, \\ \dot{z} = 2x + y - z \end{cases}$ $(\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = \lambda_3 = -1)$.

810. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y, \\ \dot{y} = 2y + 4z, \\ \dot{z} = x - z \end{cases}$ $(\lambda_1 = \lambda_2 = 0,\ \lambda_3 = 3)$.

811. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y - z, \\ \dot{y} = 2x - y - 2z, \\ \dot{z} = 2z - x + y \end{cases}$ $(\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1)$.

812. $\begin{cases} \dot{x} = 4x - y, \\ \dot{y} = 3x + y - z, \\ \dot{z} = x + z \end{cases}$ $(\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2)$.

В задачах **813—825** решить системы, не приведенные к нормальному виду.

813. $\begin{cases} \ddot{x} = 2x - 3y, \\ \ddot{y} = x - 2y. \end{cases}$

814. $\begin{cases} \ddot{x} = 3x + 4y, \\ \ddot{y} = -x - y. \end{cases}$

815. $\begin{cases} \ddot{x} = 2y, \\ \ddot{y} = -2x. \end{cases}$

816. $\begin{cases} \ddot{x} = 3x - y - z, \\ \ddot{y} = -x + 3y - z, \\ \ddot{z} = -x - y + 3z. \end{cases}$

817. $\begin{cases} 2\dot{x} - 5\dot{y} = 4y - x, \\ 3\dot{x} - 4\dot{y} = 2x - y. \end{cases}$

818. $\begin{cases} \ddot{x} + \dot{x} + \dot{y} - 2y = 0, \\ \dot{x} - \dot{y} + x = 0. \end{cases}$

819. $\begin{cases} \ddot{x} - 2\ddot{y} + \dot{y} + x - 3y = 0, \\ 4\ddot{y} - 2\ddot{x} - \dot{x} - 2x + 5y = 0. \end{cases}$

820. $\begin{cases} \ddot{x} - x + 2\ddot{y} - 2y = 0, \\ \dot{x} - x + \dot{y} + y = 0. \end{cases}$

821. $\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} + 2x = 0, \\ 3\dot{x} + \ddot{y} - 8y = 0. \end{cases}$

822. $\begin{cases} \ddot{x} + 3\ddot{y} - x = 0, \\ \dot{x} + 3\dot{y} - 2y = 0. \end{cases}$

823. $\begin{cases} \ddot{x} + 5\dot{x} + 2\dot{y} + y = 0, \\ 3\ddot{x} + 5x + \dot{y} + 3y = 0. \end{cases}$

824. $\begin{cases} \ddot{x} + 4\dot{x} - 2x - 2\dot{y} - y = 0, \\ \ddot{x} - 4\dot{x} - \ddot{y} + 2\dot{y} + 2y = 0. \end{cases}$

825. $\begin{cases} 2\ddot{x} + 2\dot{x} + x + 3\ddot{y} + \dot{y} + y = 0, \\ \ddot{x} + 4\dot{x} - x + 3\ddot{y} + 2\dot{y} - y = 0. \end{cases}$

В задачах **826—845** решить линейные неоднородные системы.

826. $\begin{cases} \dot{x} = y + 2\,\mathrm{e}^{t}, \\ \dot{y} = x + t^2. \end{cases}$

827. $\begin{cases} \dot{x} = y - 5\cos t, \\ \dot{y} = 2x + y. \end{cases}$

828. $\begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y + 4\,\mathrm{e}^{5t}, \\ \dot{y} = x + 2y. \end{cases}$

829. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 4y + 4\,\mathrm{e}^{-2t}, \\ \dot{y} = 2x - 2y. \end{cases}$

830. $\begin{cases} \dot{x} = 4x + y - \mathrm{e}^{2t}, \\ \dot{y} = y - 2x. \end{cases}$

831. $\begin{cases} \dot{x} = 2y - x + 1, \\ \dot{y} = 3y - 2x. \end{cases}$

832. $\begin{cases} \dot{x} = 5x - 3y + 2\,\mathrm{e}^{3t}, \\ \dot{y} = x + y + 5\,\mathrm{e}^{-t}. \end{cases}$

833. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y + \mathrm{e}^{t}, \\ \dot{y} = -2x + 2t. \end{cases}$

834. $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y, \\ \dot{y} = x - 5\sin t. \end{cases}$

835. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 4y, \\ \dot{y} = x - 3y + 3\,\mathrm{e}^t. \end{cases}$

836. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y, \\ \dot{y} = y - 2x + 18t. \end{cases}$

837. $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 16t\,\mathrm{e}^t, \\ \dot{y} = 2x - 2y. \end{cases}$

838. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 4y - 8, \\ \dot{y} = 3x + 6y. \end{cases}$

839. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y, \\ \dot{y} = x - 2y + 2\sin t. \end{cases}$

840. $\begin{cases} \dot{x} = x - y + 2\sin t, \\ \dot{y} = 2x - y. \end{cases}$

841. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y, \\ \dot{y} = x + 2\,\mathrm{e}^t. \end{cases}$

842. $\begin{cases} \dot{x} = 4x - 3y + \sin t, \\ \dot{y} = 2x - y - 2\cos t. \end{cases}$

843. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y + 2\,\mathrm{e}^t, \\ \dot{y} = x + 2y - 3\,\mathrm{e}^{4t}. \end{cases}$

844. $\begin{cases} \dot{x} = x - y + 8t, \\ \dot{y} = 5x - y. \end{cases}$

845. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y, \\ \dot{y} = 2y - x - 5\,\mathrm{e}^t \sin t. \end{cases}$

В задачах **846—850** данные системы решить методом вариации постоянных.

846. $\begin{cases} \dot{x} = y + \operatorname{tg}^2 t - 1, \\ \dot{y} = -x + \operatorname{tg} t. \end{cases}$

847. $\begin{cases} \dot{x} = 2y - x, \\ \dot{y} = 4y - 3x + \dfrac{\mathrm{e}^{3t}}{\mathrm{e}^{2t} + 1}. \end{cases}$

848. $\begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y + \dfrac{2}{\mathrm{e}^t - 1}, \\ \dot{y} = 6x + 3y - \dfrac{3}{\mathrm{e}^t - 1}. \end{cases}$

849. $\begin{cases} \dot{x} = x - y + \dfrac{1}{\cos t}, \\ \dot{y} = 2x - y. \end{cases}$

850. $\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y, \\ \dot{y} = 2x - y + 15\,\mathrm{e}^t \sqrt{t}. \end{cases}$

Решить системы **851—866**, записанные в векторной форме: $\dot{x} = Ax$, где x — вектор, A — данная матрица.

851. $\dot{x} = Ax, \ A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$

852. $\dot{x} = Ax, \ A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$

853. $\dot{x} = Ax, \ A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$

854. $\dot{x} = Ax, \ A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}.$

855. $\dot{x} = Ax, \ A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$

856. $\dot{x} = Ax, \ A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & 5 & -3 \end{pmatrix}.$

857. $\dot{x} = Ax, \ A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ -2 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$

858. $\dot{x} = Ax, \ A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ -3 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$

859. $\dot{x} = Ax, \ A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$

860. $\dot{x} = Ax, \ A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$

861. $\dot{x} = Ax, \ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$

862. $\dot{x} = Ax, \ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

863. $\dot{x} = Ax, \ A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$

864. $\dot{x} = Ax, \ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$

865. $\dot{x} = Ax, \ A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$

866. $\dot{x} = Ax,\ A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$

В задачах **867—873** найти показательную функцию e^A данной матрицы A.

867. $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$

868. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$

869. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$

870. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$

871. $A = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$

872. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$

873. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$

В задачах **874** и **875** найти $\det e^A$, не вычисляя матрицу e^A.

874. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$

875. $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$

876. Тело массы m движется на плоскости x, y, притягиваясь к точке (0, 0) с силой a^2mr, где r — расстояние до этой точки. Найти движение тела при начальных условиях $x(0) = d$, $y(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$, $\dot{y}(0) = v$ и траекторию этого движения.

877. Один конец пружины закреплен неподвижно в точке 0, а к другому прикреплен груз массы $3m$, соединенный другой пружиной с грузом массы $2m$. Оба груза двигаются без трения по одной прямой, проходящей через точку 0. Каждая из пружин растягивается на величину x под действием силы a^2mx. Найти возможные периодические движения системы.

878. На концах вала закреплены два шкива, моменты инерции которых I_1 и I_2. При повороте одного шкива относительно другого на любой угол φ вследствие деформации вала

969. $y' = \frac{y}{x}$.

970. $y' = \dfrac{4x - y}{3x - 2y}$.

971. $\begin{cases} \dot{x} = 3x, \\ \dot{y} = 2x + y. \end{cases}$

972. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y, \\ \dot{y} = x. \end{cases}$

973. $\begin{cases} \dot{x} = x + 3y, \\ \dot{y} = -6x - 5y. \end{cases}$

974. $\begin{cases} \dot{x} = x, \\ \dot{y} = 2x - y. \end{cases}$

975. $\begin{cases} \dot{x} = -2x - 5y, \\ \dot{y} = 2x + 2y. \end{cases}$

976. $\begin{cases} \dot{x} = 3x + y, \\ \dot{y} = y - x. \end{cases}$

977. $\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y, \\ \dot{y} = 4y - 6x. \end{cases}$

978. $\begin{cases} \dot{x} = y - 2x, \\ \dot{y} = 2y - 4x. \end{cases}$

В задачах **979—992** найти и исследовать особые точки данных уравнений и систем.

979. $y' = \dfrac{2y - x}{3x + 6}$.

980. $y' = \dfrac{2x + y}{x - 2y - 5}$.

981. $y' = \dfrac{4y^2 - x^2}{2xy - 4y - 8}$.

982. $y' = \dfrac{2y}{x^2 - y^2 - 1}$.

983. $y' = \dfrac{x^2 + y^2 - 2}{x - y}$.

984. $y' = \dfrac{y + \sqrt{1 + 2x^2}}{x + y + 1}$.

985. $\begin{cases} \dot{x} = x^2 - y, \\ \dot{y} = \ln(1 - x + x^2) - \ln 3. \end{cases}$

986. $\begin{cases} \dot{x} = \ln(2 - y^2), \\ \dot{y} = e^x - e^y. \end{cases}$

987. $\begin{cases} \dot{x} = (2x - y)(x - 2), \\ \dot{y} = xy - 2. \end{cases}$

988. $\begin{cases} \dot{x} = \sqrt{x^2 - y + 2} - 2, \\ \dot{y} = \operatorname{arctg}(x^2 + xy). \end{cases}$

989. $\begin{cases} \dot{x} = x^2 - y, \\ \dot{y} = x^2 - (y - 2)^2. \end{cases}$

990. $\begin{cases} \dot{x} = \ln \dfrac{y^2 - y + 1}{3}, \\ \dot{y} = x^2 - y^2. \end{cases}$

991. $\begin{cases} \dot{x} = \ln(1 - y + y^2), \\ \dot{y} = 3 - \sqrt{x^2 + 8y}. \end{cases}$

992. $\begin{cases} \dot{x} = \sqrt{(x - y)^2 + 3} - 2, \\ \dot{y} = \mathrm{e}^{y^2 - x} - \mathrm{e}. \end{cases}$

Для уравнений **993—997** дать чертеж расположения интегральных кривых в окрестности начала координат.

Указание. В задачах **993—997** особые точки не принадлежат к рассмотренным в начале § 16 типам. Для их исследования можно построить несколько изоклин. Затем надо выяснить, с каких сторон интегральные кривые входят в особую точку.

993*. $y' = \dfrac{xy}{x + y}$.

994*. $y' = \dfrac{x^2 + y^2}{x^2 + y}$.

995*. $y' = \dfrac{2xy}{y + x^2}$.

996*. $y' = \dfrac{xy}{y - x^2}$.

997*. $y' = \dfrac{y^2}{y + x^2}$.

998. Доказать, что если особая точка уравнения

$$(ax + by)\,\mathrm{d}x + (mx + ny)\,\mathrm{d}y = 0$$

является центром, то это уравнение является уравнением в полных дифференциалах. Обратное неверно.

999*. Доказать, что если уравнение предыдущей задачи не является уравнением в полных дифференциалах, но имеет интегрирующий множитель, непрерывный в окрестности начала координат, то особая точка — седло (если $an \neq bm$).

1000*. Пусть в уравнении

$$y' = \frac{ax + by + p(x, y)}{cx + dy + q(x, y)} \tag{1}$$

функции p и q определены и непрерывно дифференцируемы в некоторой окрестности точки $(0, 0)$, а в самой точке

ОТВЕТЫ

15. $f(x, y) = 0$; $f'_x<0$ (max), $f'_x>0$ (min). **16.** а) $y = x^2 + 2x$; б) $x = 2\operatorname{ch} y$; в) $xy^3 = -(1 - x^2)^2; y = 0$; г) $f'_x + f \cdot f'_y = 0$. **17.** $y = e^{xy'/y}$. **18.** $y' = 3y^{2/3}$. **19.** $xy' = 3y$. **20.** $y^2 + y'^2 = 1$. **21.** $x^2y' - xy = yy'$. **22.** $2xyy' - y^2 = 2x^3$. **23.** $y'^3 = 4y(xy' - 2y)$. **24.** $y' = \cos\frac{x\sqrt{1-y'^2}}{y}$. **25.** $x(x - 2)y'' - (x^2 - 2)y' + 2(x - 1)y = 0$. **26.** $(yy'' + y'^2)^2 = -y^3y''$. **27.** $y''y^2(\ln y - 1) = y'^2(xy' - y)$. **28.** $x^3y''' - 3x^2y'' + 6xy' - 6y = 0$. **29.** $y'''y' = 3y''^2$. **30.** $(y-2x)^2(y'^2 + 1) = (2y' + 1)^2$. **31.** $xy'^2 = y(2y' - 1)$. **32.** $(xy' - y)^2 = 2xy(y'^2 + 1)$. **33.** $x^2y'' - 2xy' + 2y = 0$. **34.** $(y''y + y'^2 + 1)^2 = (y'^2 + 1)^3$. **35.** $yy' + zz' = 0$, $y^2 + 2xzz' = x^2z'^2$. **36.** $x^2 + y^2 = z^2 - 2z(y - xy')$; $x + yy' = zz' - z'(y - xy')$. **37.** $4yy' = -x$. **38.** $y' = -2y$. **39.** $(x^2 + y)y' = -x$. **40.** $(x + y)y' = y - x$; $(x - y)y' = x + y$. **41.** $(x \mp y\sqrt{3})y' = y \pm x\sqrt{3}$. **42.** $(3x \mp y\sqrt{3})y' = y \pm 3x\sqrt{3}$. **43.** $(2x \mp y\sqrt{3})y' = y \pm 2x\sqrt{3}$. **44.** $r' \sin\theta = r^2$. **45.** $r' = \frac{1}{2}r\operatorname{ctg}\theta$. **46.** $r' = r\operatorname{ctg}(\theta \pm 45°)$. **47.** $(x + 2y)y' = -3x - y$; $(3x + 2y)y' = y - x$. **48.** $y'[2xy \pm (x^2 - y^2)] = y^2 - x^2 \pm 2xy$. **49.** $x(1 + y'^2) = -2yy'$. **50.** $yy'^3 + xy'^2 = -1$. **51.** $y = C(x + 1)e^{-x}$; $x = -1$. **52.** $\ln|x| = C + \sqrt{y^2 + 1}; x = 0$. **53.** $y(\ln|x^2-1|+C) = 1$, $y = 0$; $y[\ln(1-x^2)+1] = 1$. **54.** $y = 2 + C\cos x$; $y = 2 - 3\cos x$. **55.** $y = (x - C)^3$; $y = 0$; $y = (x - 2)^3$; $y = 0$. **56.** $y(1 - Cx) = 1$; $y = 0$; $y(1 + x) = 1$. **57.** $y^2 - 2 = Ce^{1/x}$. **58.** $(Ce^{-x^2} - 1)y = 2$; $y = 0$. **59.** $e^{-s} = 1 + Ce^t$. **60.** $z = -\lg(C - 10^x)$. **61.** $x^2 + t^2 - 2t = C$. **62.** $\operatorname{ctg}\frac{y-x}{2} = x + C$; $y - x = 2\pi k$, $k = 0, \pm1, \ldots$ **63.** $2x + y - 1 = Ce^x$. **64.** $x + 2y + 2 = Ce^y$; $x + 2y + 2 = 0$. **65.** $\sqrt{4x + 2y - 1} - 2\ln(\sqrt{4x + 2y - 1} + 2) = x + C$. **66.** $y = \operatorname{arctg}\left(1 - \frac{2}{x}\right) + 2\pi$. **67.** $y = 2$. **68.** а) $2y^2 + x^2 = C$; б) $y^2 + 2x = C$; в) $y^2 = Ce^{x^2+y^2}$. **71.** $(C \pm x)y = 2a^2$. **72.** $b\ln y - y = \pm x + C$, $0<y<b$. **73.** $a\ln(a \pm \sqrt{a^2 - y^2}) \mp \sqrt{a^2 - y^2} = x + C$. **74.** $y = Cx^2$. **75.** $y = Cx^2$; $y^2 = Cx$. **76.** $r(1 \pm \cos\varphi) = C$. **77.** Количество азота (в литрах) $x(t) = 20 - 4e^{-t/200}$; $x(t) = 19{,}8$ при $t = 200\ln 20 \approx \approx 600$ *сек* $= 10$ *мин*. **78.** Количество соли $x(t) = 10e^{-t/20}$; $x(60) = 10e^{-3} \approx 0{,}5$ *кг*. **79.** Объем CO_2 (в $м^3$) $x(t) = 0{,}08 + 0{,}22e^{-t/10}$; $x(t) = 0{,}1$ при $t = 10\ln 11 \approx 24$ *мин*. **80.** Темпе-

ратура тела $x(t) = 20 + 80 \cdot 2^{-t/10}$; $x(t) = 25$ при $t = 40$ *мин.* **81.** Разность температур воды и предмета $x(t) = 55 \cdot (3/5)^t$; $x(t) = 1$ при $t = \ln 55/(\ln 5 - \ln 3) \approx \approx 8$ *мин.* **82.** Температура металла $x(t) = = a + \frac{b-a}{60}\left(t - \frac{1-e^{-kt}}{k}\right)$; $x(60) = b - \frac{b-a}{60k}(1 - e^{-60k})$. **83.** Скорость (в *м/сек*) $v(t) = (2/3)^{(t/4)-1}$; $v(t) = 0{,}01$ при $t = 4\left(\frac{2}{\lg 1{,}5} + 1\right) \approx 50$ *сек*; путь $s = \frac{6}{\ln 1{,}5} \approx 15$ *м.* **84.** Оставшееся количество вещества $x(t) = = x(0)2^{-t/30}$; $x(t) = 0{,}01x(0)$ при $t = 60/\lg 2 \approx 200$ дней. **85.** Оставшееся количество радия $x(t) = x(0) \cdot (1 - 0{,}00044)^t$; $x(t) = \frac{1}{2}x(0)$ при $t = \ln 0{,}5/\ln(1 - 0{,}00044) \approx 1600$ лет. **86.** Количество урана $x(t) = = x(0)e^{-\alpha t}$; $\alpha = \ln 2/(4{,}5 \cdot 10^9)$; $x(t) = 100$, $x(0) = 100 + 14 \cdot \frac{238}{206} = = 116{,}2$; $t = 4{,}5 \cdot 10^9 \cdot \frac{\lg 1{,}162}{\lg 2} \approx 970 \cdot 10^6$ лет. **87.** Количество света, прошедшего через слой в x *см*, $y(x) = y(0) \cdot 2^{-t/35}$; $y(200) = = y(0)2^{-40/7} \approx 0{,}02 \cdot y(0)$; поглощается $100\% - 2\% = 98\%$. **88.** Скорость $v(t) = 50\,\mathrm{th}\,\frac{t}{5}$, путь (в метрах) $s(t) = 250 \ln \mathrm{ch}\,\frac{t}{5}$; $s(t) = = 1000$ при $\mathrm{ch}\,\frac{t}{5} = e^4$, $t \approx 5(4 + \ln 2) \approx 23$ *сек.* **89.** Скорость $v(t) = = \sqrt{\frac{g}{k}}\,\mathrm{tg}\,\sqrt{kg}(C - t)$, $g = 10$, $k = 0{,}012$, $C = \frac{1}{\sqrt{kg}}\,\mathrm{arctg}\sqrt{\frac{k}{g}}v(0) \approx 1{,}75$; $v(t) = 0$ при $t = C \approx 1{,}75$ *сек*; наибольшая высота $h = \frac{1}{2k}\ln\left(\frac{k}{g}v^2(0) + + 1\right) \approx 16{,}3$ *м* (без сопротивления воздуха $t = 2$ *сек*, $h = 20$ *м*). **90.** Скорость $v(t) = \sqrt{\frac{g}{k}}\,\mathrm{th}\,\sqrt{kg}t$, путь $s(t) = \frac{1}{k}\ln \mathrm{ch}\,\sqrt{kg}t$; $s(t) = = h = 16{,}3$ *м* при $t = \frac{1}{\sqrt{kg}}\ln(e^{kh} + \sqrt{e^{2kh} - 1}) \approx 1{,}87$ *сек*, $v(t) = = \sqrt{\frac{g}{k}(1 - e^{-2kh})} \approx 16{,}4$ *м/сек.* **91.** Высота уровня воды $h(t)$; $\sqrt{H} - - \sqrt{h} = 0{,}3\sqrt{2g}\frac{r^2}{R^2}t$; $h(t) = 0$ при $t = \frac{R^2}{0{,}3r^2}\sqrt{\frac{H}{2g}} \approx 1050$ *сек* $= = 17{,}5$ *мин.* **92.** $(2R - h(t))^{3/2} = 0{,}45\pi r^2\sqrt{2g}\frac{t}{H}$, $h(t) = 0$ при $t = = \frac{2RH}{0{,}45\pi r^2}\sqrt{\frac{R}{g}} \approx 1040$ *сек.* **93.** $\sqrt{H} - \sqrt{h(t)} = kt$, $k = \frac{\sqrt{H}}{5}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$; $h(t) = 0$ при $t = 5(2 + \sqrt{2}) \approx 17$ *мин.* **94.** $H^{5/2} - [h(t)]^{5/2} = \frac{3d^2H^2t}{8R^2}\sqrt{2g}$; $h(t) = 0$ при $t = (4R^2/3d^2)\sqrt{2H/g} \approx 27$ *сек.* **95.** Объем воды в баке в литрах $x(t)$; $t = \frac{2q}{a^2}\ln\frac{q}{q - a\sqrt{x}} - \frac{2}{a}\sqrt{x}$, $q = 1{,}8$, $a = 10^{-3/2}$; $x(t) = 360$ при $t = 260$ *сек* (для бака без отверстия в дне $t = = 200$ *сек*). **96.** Удлинение нижнего куска длины x равно $y(x) = = \frac{kPx^2}{2l}$, а всего шнура — $y(l) = \frac{kPl}{2}$. **97.** На высоте h *км* давление $p(h) = e^{-0{,}12h}$ (*кГ/см*^{2}). **98.** Сила натяжения каната на расстоянии φ (в радианной мере) по дуге от начальной точки равна $f(\varphi) = = f(0)e^{\varphi/3}$; $f(6\pi) = 10e^{2\pi} \approx 5000$ *кГ.* **99.** Количество оставшейся воды $m(t) = m_0 - v(q_1 - q_0)\left(1 - e^{-\frac{k}{v}t}\right)$, k — коэффициент пропорциональности. **100.** После сгорания массы x топлива скорость ракеты $v(x) = c\ln\frac{M}{M - x}$; $v(M - m) = c\ln\frac{M}{m}$. **101.** $x + y = Cx^2$;

$x = 0$. **102.** $\ln(x^2+y^2) = C - 2\operatorname{arctg}(y/x)$. **103.** $x(y-x) = Cy$; $y = 0$. **104.** $x = \pm y\sqrt{\ln Cx}$; $y = 0$. **105.** $y = Ce^{y/x}$. **106.** $y^2 - x^2 = Cy$; $y = 0$. **107.** $\sin\frac{y}{x} = Cx$. **108.** $y = -x\ln\ln Cx$. **109.** $\ln\frac{x+y}{x} = Cx$. **110.** $\ln Cx = \operatorname{ctg}\left(\frac{1}{2}\ln\frac{y}{x}\right)$; $y = xe^{2\pi k}$, $k = 0, \pm1, \pm2, \ldots$ **111.** $2\sqrt{xy} = x\ln Cx$; $y = 0$; $x = 0$. **112.** $\arcsin\frac{y}{x} = \ln Cx \cdot \operatorname{sgn} x$; $y = \pm x$. **113.** $(y-2x)^3 = C(y-x-1)^2$; $y = x+1$. **114.** $2x + y - 1 = Ce^{2y-x}$. **115.** $(y-x+2)^2 + 2x = C$. **116.** $(y-x+5)^5(x+2y-2) = C$. **117.** $(y+2)^2 = C(x+y-1)$; $y = 1-x$. **118.** $y + 2 = Ce^{-2\operatorname{arctg}\frac{y+2}{x-3}}$. **119.** $\ln\frac{y+x}{x+3} = 1 + \frac{C}{x+y}$. **120.** $\sin\frac{y-2x}{x+1} = C(x+1)$. **121.** $x^2 = (x^2-y)\ln Cx$; $y = x^2$. **122.** $x = -y^2\ln Cx$; $y = 0$. **123.** $x^2y^4\ln Cx^2 = 1$; $y = 0$; $x = 0$. **124.** $y^2e^{-1/xy} = C$; $y = 0$; $x = 0$. **125.** $\left(2\sqrt{y}-x\right)\ln C\left(2\sqrt{y}-x\right) = x$; $2\sqrt{y} = x$. **126.** $1 - xy = Cx^3(2+xy)$; $xy = -2$. **127.** $2\sqrt{(1/xy^2)-1} = -\ln Cx$; $y = 0$; $xy^2 = 1$. **128.** $\arcsin\frac{y^2}{|x^3|} = \ln Cx^3$; $|x^3| = y^2$. **129.** $x^2y\ln Cy = 1$; $y = 0$. **130.** а) $y^2 = C(x+y)$; $y = -x$; б) $(y+x)^2(y-2x)^4 = C(y-x)^3$; $y = x$. **131.** $y = C(x^2+y^2)$. **132.** $x^2 + y^2 = Cx$. **133.** При $\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha} = 1$. **136.** $y = Cx^2 + x^4$. **137.** $y = (2x+1)(C + \ln|2x+1|) + 1$. **138.** $y = \sin x + C\cos x$. **139.** $y = e^x(\ln|x| + C)$; $x = 0$. **140.** $xy = C - \ln|x|$. **141.** $y = x(C + \sin x)$. **142.** $y = Ce^{x^2} - x^2 - 1$. **143.** $y = C\ln^2 x - \ln x$. **144.** $xy = (x^3 + C)e^{-x}$. **145.** $x = y^2 + Cy$; $y = 0$. **146.** $x = e^y + Ce^{-y}$. **147.** $x = (C - \cos y)\sin y$. **148.** $x = 2\ln y - y + 1 + Cy^2$. **149.** $x = Cy^3 + y^2$; $y = 0$. **150.** $(y-1)^2x = y - \ln Cy$; $y = 0$; $y = 1$. **151.** $y(e^x + Ce^{2x}) = 1$; $y = 0$. **152.** $y(x+1)(\ln|x+1| + C) = 1$; $y = 0$. **153.** $y^{-3} = C\cos^3 x - 3\sin x\cos^2 x$; $y = 0$. **154.** $y^3 = Cx^3 - 3x^2$. **155.** $y^2 = Cx^2 - 2x$; $x = 0$. **156.** $y = x^4\ln^2 Cx$; $y = 0$. **157.** $y^{-2} = x^4(2e^x + C)$; $y = 0$. **158.** $y^2 = x^2 - 1 + C\sqrt{|x^2-1|}$. **159.** $x^2(C - \cos y) = y$; $y = 0$. **160.** $xy(C - \ln^2 y) = 1$. **161.** $x^2 = Ce^{2y} + 2y$. **162.** $y^2 = C(x+1)^2 - 2(x+1)$. **163.** $e^{-y} = Cx^2 + x$. **164.** $\cos y = (x^2-1)\ln C(x^2-1)$. **165.** $y = 2e^x - 1$. **166.** $y = -2e^x$. **167.** $y = \frac{2}{x} + \frac{4}{Cx^5 - x}$; $y = \frac{2}{x}$. **168.** $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{Cx^{2/3} + x}$; $y = \frac{1}{x}$. **169.** $y = x + \frac{x}{x+C}$; $y = x$. **170.** $y = x + 2 + \frac{4}{Ce^{4x} - 1}$; $y = x + 2$. **171.** $y = e^x - \frac{1}{x+C}$; $y = e^x$. **172.** $3x = C\sqrt{|y|} - y^2$; $y = 0$. **173.** $xy = Cx^3 + 2a^2$. **174.** $xy = a^2 + Cy^2$. **175.** Через 20 *мин*; 3,68 *кГ*. **176.** Через 62 дня. **177.** $y = y_1 + C(y_2 - y_1)$. **178.** $y = \operatorname{tg} x - \sec x$. **179.** b/a. **180.** b/a. **181.** $x(t) = \int\limits_{-\infty}^{t} e^{s-t}f(s)\,ds = \int\limits_{-\infty}^{0} e^z f(z+t)\,dz$. **182.** $y(x) = x\int\limits_{+\infty}^{x} e^{x^2-t^2}dt \to -\frac{1}{2}$ при $x \to +\infty$. **183.** $y(x) = \int\limits_{0}^{\infty} e^{-s-\sin s\cdot\cos(s+2x)}\sin(x+s)\,ds$. **186.** $3x^2y - y^3 = C$. **187.** $x^2 - 3x^3y^2 + y^4 = C$. **188.** $xe^{-y} - y^2 = C$.

189. $4y\ln x+y^4=C$. **190.** $x+\frac{x^3}{y^2}+\frac{5}{y}=C$. **191.** $x^2+\frac{2}{3}(x^2-y)^{3/2}=C$. **192.** $x-y^2\cos^2 x=C$. **193.** $x^3+x^3\ln y-y^2=C$. **194.** $x^2+1=2(C-2x)\sin y$. **195.** $2x+\ln(x^2+y^2)=C$. **196.** $x+\operatorname{arctg}\frac{x}{y}=C$. **197.** $xy+C=\sqrt{1+y^2}$. **198.** $2x^3y^3-3x^2=C$. **199.** $y^2=x^2(C-2y)$; $x=0$. **200.** $(x^2-C)y=2x$. **201.** $x^2+\ln y=Cx^3$; $x=0$. **202.** $y\sin xy=C$. **203.** $\frac{x^2}{2}+xy+\ln|y|=C$; $y=0$. **204.** $-x+1=xy(\operatorname{arctg} y+C)$; $x=0$; $y=0$. **205.** $x+2\ln|x|+\frac{3}{2}y^2-\frac{y}{x}=C$; $x=0$. **206.** $\sin\frac{y}{x}=Ce^{-x^2}$. **207.** $\ln|y|-ye^{-x}=C$; $y=0$. **208.** $\ln\left(\frac{x^2}{y^2}+1\right)=2y+C$; $y=0$. **209.** $x^2y\ln Cxy=-1$; $x=0$; $y=0$. **210.** $x^2+y^2=y+Cx$; $x=0$. **211.** $x^2y+\ln|x/y|=C$; $x=0$; $y=0$. **212.** $2xy^2+(1/xy)=C$; $x=0$; $y=0$. **213.** $\ln\left|\frac{x+y}{y}\right|+\frac{y(1+x)}{x+y}=C$; $y=0$; $y=-x$. **214.** $\sin^2 y=Cx-x^2$; $x=0$. **215.** $y=C\ln x^2y$. **216.** $\sin y=-(x^2+1)\ln C(x^2+1)$. **217.** $xy(C-x^2-y^2)=-1$; $x=0$; $y=0$. **218.** $y^2=Cx^2e^{x^2y^2}$. **219.** $x\sqrt{1+(y^2/x^2)}+\ln\left(y/x+\sqrt{1+(y^2/x^2)}\right)=C$; $x=0$. **220.** $x^3-4y^2=Cy\sqrt[3]{xy}$; $x=0$; $y=0$. **221.** а) $y_0=0$, $y_1=x^2/2$, $y_2=(x^2/2)-(x^5/20)$. б) $y_0=1$, $y_1=x^3$, $y_2=1+x^3-x+(x^7-1)/7$. в) $y_0=1$, $y_1=1+2x$, $y_2=\frac{1}{2}(e^{2x}+1)+x+x^2$. г) $y_0=2\pi$, $y_1=\pi+x$, $y_2=2\pi+x+x\cos x-\sin x$. **222.** а) $y_0=1$, $z_0=0$; $y_1=x^2$, $z_1=x-1$; $y_2=x^2+(x-1)^2/2$, $z_2=(x^3-1)/3$. б) $x_0=1$, $y_0=2$; $x_1=1+2t$, $y_1=2+t$; $x_2=1+2t+(t^2/2)$, $y_2=2+t+2t^2+(4/3)t^3$. в) $y_0=1$, $y_1=1$, $y_2=1+x^2$. г) $x_0=2$, $x_1=3-t$, $x_2=5-4t+t^3$. **223.** а) $-0{,}5\leqslant x\leqslant 0{,}5$. б) $0{,}87\leqslant x\leqslant 1{,}13$. в) $0{,}8\leqslant t\leqslant 1{,}2$. г) $-0{,}1\leqslant t\leqslant 0{,}1$. **224.** $y_3=\frac{x^2}{2}-\frac{x^5}{20}+\frac{x^8}{160}-\frac{x^{11}}{4400}$, $|y-y_3|<0{,}00003$. **225.** а) Вся плоскость. б) $y\neq 2x$. в) $x\neq 2$, $y>0$. г) $y\neq\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \ldots$ д) $x>0$, $y\neq x$. е) $x\neq 0$, $|y|>|x|$. **226.** При $0<a<1$ в точках оси Ox. **228.** а) x_0 и y_0' любые, $y_0\neq\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \ldots$ б) $x_0\neq-1$, $y_0>0$, y_0' любое. в) $x_0\neq y_0$, $x_0y_0>0$, $y_0'\neq 0$, y_0'' любое. г) $x_0\neq y_0'$, $y_0\neq 0$, y_0'' любое. д) t_0 и y_0 любые, $x_0\neq 0$. е) $t_0>-1$, $x_0\neq 0$, $y_0\neq t_0$. **229.** а) Нет. б) Да. **230.** а) Нет. б) Нет. в) Да. **231.** В случае $n=1$ нет решений, при $n=2$ одно решение, при $n=3$ бесконечно много решений. **232.** В случае $n=1$ нет решений, если $\operatorname{tg}\alpha\neq f(x_0,y_0)$, и одно решение, если $\operatorname{tg}\alpha=f(x_0,y_0)$; в случае $n=2$ одно решение, а при $n\geqslant 3$ бесконечно много. **233.** $n\geqslant 5$. **234.** $n\geqslant 4$. **236.** а) 3. б) 2. в) 4. г) 4. д) 3. е) 1. **237.** а) $0\leqslant a\leqslant 1$. б) $a\leqslant\frac{1}{2}$. в) $1\leqslant a\leqslant\frac{3}{2}$. г) $-\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant 0$. **241.** $y=Ce^{\pm x}$. **242.** $y^2=(x+C)^3$; $y=0$. **243.** $y+x=(x+C)^3$; $y=-x$. **244.** $(x+C)^2+y^2=1$; $y=\pm1$. **245.** $y(x+C)^2=1$; $y=0$. **246.** $y[1+(x-C)^2]=1$; $y=0$; $y=1$. **247.** $(y-x)^2=2C(x+y)-C^2$; $y=0$. **248.** $(x-1)^{4/3}+y^{4/3}=C$. **249.** $4y=(x+C)^2$; $y=Ce^x$. **250.** $y^2(1-y)=(x+C)^2$;

$y = 1$. **251.** $y = Ce^x$; $y = Ce^{-x} + x - 1$. **252.** $x^2y = C$; $y = Cx$. **253.** $x^2 + C^2 = 2Cy$; $y = \pm x$. **254.** $(x + C)^2 = 4Cy$; $y = 0$; $y = x$. **255.** $\ln\left|1 \pm 2\sqrt{2y - x}\right| = 2\left(x + C \pm \sqrt{2y - x}\right)$; $8y = 4x+1$. **256.** $(x+ +2)^{4/3}+C = 4e^{-y/3}$. **257.** $y = 2x^2+C$; $y = -x^2+C$. **258.** $y = Cx^{-3}\pm \pm 2\sqrt{x/7}$. **259.** $\ln Cy = x \pm 2e^{x/2}$; $y = 0$. **260.** $\ln Cy = x \pm \sin x$; $y = 0$. **261.** $\operatorname{arctg} u + \frac{1}{2}\ln|(u - 1)/(u + 1)| = \pm x + C$, где $u = \sqrt[4]{1 - (1/y^2)}$; $y = 0$; $y = \pm 1$. **262.** $x^2 + (Cy+1)^2 = 1$; $y = 0$. **263.** $(Cx+1)^2 = 1-y^2$; $y = \pm 1$. **264.** $2(x - C)^2 + 2y^2 = C^2$; $y = \pm x$. **265.** $y = Ce^{\pm x} - x^2$. **266.** $y^2 = C^2x - C$; $4xy^2 = -1$. **267.** $x = p^3 + p$, $4y = 3p^4 + 2p^2 + C$. **268.** $x = \frac{2p}{p^2-1}$, $y = \frac{2}{p^2-1} - \ln|p^2 - 1| + C$. **269.** $x = p\sqrt{p^2 + 1}$, $3y = (2p^2-1)\sqrt{p^2 + 1}+C$. **270.** $x = \ln p+(1/p)$, $y = p-\ln p+C$. **271.** $x = 3p^2+2p+C$, $y = 2p^3+p^2$; $y = 0$. **272.** $x = 2\operatorname{arctg} p+C$, $y = \ln(1+p^2)$; $y = 0$. **273.** $x = \ln|p| \pm \frac{3}{2}\ln\left|\frac{\sqrt{p+1}-1}{\sqrt{p+1}+1}\right| \pm 3\sqrt{p + 1} + C$, $y = p \pm (p + 1)^{3/2}$; $y = \pm 1$. **274.** $x = e^p + C$, $y = (p - 1)\,e^p$; $y = -1$. **275.** $x = \pm\left(2\sqrt{p^2 - 1} + \arcsin\frac{1}{|p|}\right) + C, y = \pm p\sqrt{p^2 - 1}$; $y = 0$. **276.** $x = \pm\left(\ln\left|\frac{1-\sqrt{1-p}}{1+\sqrt{1-p}}\right| + 3\sqrt{1 - p}\,\right)+C$, $y = \pm \pm p\sqrt{1 - p}$; $y = 0$. **277.** $x = \pm 2\sqrt{1 + p^2} - \ln(\sqrt{p^2 + 1} \pm 1) + C$, $y = -p\pm \pm p\sqrt{p^2 + 1}$; $y = 0$. **278.** $4y = C^2 - 2(x - C)^2$; $2y = x^2$. **279.** $x = -\frac{p}{2} + C$, $5y = C^2 - \frac{5p^2}{4}$; $x^2 = 4y$. **280.** $\pm xp\sqrt{2\ln Cp} = 1$, $y = \mp\left(\sqrt{2\ln Cp}- -\frac{1}{\sqrt{2\ln Cp}}\right)$. **281.** $pxy = y^2 + p^3$, $y^2(2p + C) = p^4$; $y = 0$. **282.** $y^2 = 2Cx - C\ln C$; $2x = 1 + 2\ln|y|$. **283.** $Cx = \ln Cy$; $y = ex$. **284.** $xp^2 = C\sqrt{|p|} - 1$, $y = xp - x^2p^3$; $y = 0$. **285.** $2p^2x = C - C^2p^2$, $py = C$; $32x^3 = -27y^4$; $y = 0$. **286.** $y^2 = 2C^3x + C^2$; $27x^2y^2 = 1$. **287.** $y = Cx - C^2$; $4y = x^2$. **288.** $x\sqrt{p} = \ln p+C$, $y = \sqrt{p}(4-\ln p-C)$; $y = 0$. **289.** $x = 3p^2+Cp^{-2}$, $y = 2p^3 + 2Cp^{-1}$; $y = 0$. **290.** $y = Cx - C - 2$. **291.** $C^3 = 3(Cx - y)$; $9y^2 = 4x^3$. **292.** $x = C(p-1)^{-2}+2p+1$, $y = Cp^2(p-1)^{-2}+p^2$; $y = 0$; $y = x - 2$. **293.** $y = Cx - \ln C$; $y = \ln x + 1$. **294.** $y = \pm 2\sqrt{Cx} + C$; $y = -x$. **295.** $2C^2(y - Cx) = 1$; $8y^3 = 27x^2$. **296.** $xp^2 = p + C$, $y = 2 + 2Cp^{-1} - \ln p$. **297.** а) $4y = x^4$; б) $y = 0$, $y = -4x$; в) $y = 0$, $27y = 4x^3$; г) $y = 4x$. **298.** $xy = \pm a^2$. **299.** $x^2+y^2 = 1$. **300.** $x = p\,(p^2+ + 2)/(\sqrt{p^2 + 1})^3$, $y = p^2/(\sqrt{p^2 + 1})^3$ и $x = p/(\sqrt{p^2 + 1})^3$, $y = (2p^2 + + 1)/(\sqrt{p^2 + 1})^3$. **301.** $y = x(Ce^{-x} - 1)$. **302.** $(Cx + 1)y = Cx - 1$; $y = 1$. **303.** $y(x^2 - C) = x$; $y = 0$. **304.** $x(C - y) = C^2$; $x = 4y$. **305.** $y(x + C) = x + 1$; $y = 0$. **306.** $x = Cy + y^3$; $y = 0$. **307.** $y = C$; $y = C \pm e^x$. **308.** $y\ln Cx = -x$; $y = 0$. **309.** $y^2 = C(x^2 - 1)$; $x = \pm 1$. **310.** $2y = 2C(x-1)+C^2$; $2y = -(x-1)^2$. **311.** $x = Cy+\ln^2 y$. **312.** $y = Cx^2e^{-3/x}$. **313.** $(x-C)^2+y^2 = C$; $4(y^2-x) = 1$. **314.** $4x^2y = (x+2C)^2$; $y = 0$. **315.** $x = Ce^y+y^2+2y+2$. **316.** $3y = 3C(x-2)+C^3$;

$9y^2 = 4(2-x)^3$. **317.** $y^2 = C(xy-1)$; $xy = 1$. **318.** $4(x-C)^3 = 27(y-C)^2$; $y = x-1$. **319.** $x+y = \operatorname{tg}(y-C)$. **320.** $x^3y^2 + 7x = C$. **321.** $y(xy-1) = Cx$. **322.** $-e^{-y} = \ln C(x-2)$. **323.** $x = y^2(C - 2\ln|y|)$; $y = 0$. **324.** $3xy = C \pm 4x^{3/2}$. **325.** $y^2(Ce^{x^2}+1) = 1$; $y = 0$. **326.** $y^2 = 2x\ln Cy$; $y = 0$. **327.** $\ln(x^2+y^2) + \operatorname{arctg}(y/x) = C$. **328.** $(x-1)^2y = x - \ln|x| + C$. **329.** $C^2x^2 + 2y^2 = 2C$; $2x^2y^2 = 1$. **330.** $y(C\sqrt{|x^2-1|}-2) = 1$; $y = 0$. **331.** $y^2(Ce^{2x}+x+0{,}5) = 1$; $y = 0$. **332.** $y^2-1 = C(x+1)^4e^{-4x}(y^2+1)$; $x = -1$. **333.** $y\sin x - \frac{x^3}{3} + \frac{y^2}{2} = C$. **334.** $x = 3p^2 + p^{-1}$, $y = 2p^3 - \ln|p| + C$. **335.** $3y^2 = 2\sin x + C\sin^{-2}x$. **336.** $x(e^y + xy) = C$. **337.** $x(p-1)^2 = \ln Cp - p$, $y = xp^2 + p$; $y = 0$; $y = x+1$. **338.** $(x+1)y = x^2 + x\ln Cx$. **339.** $y^2 + \sqrt{x^4+y^4} = C$. **340.** $px = C\sqrt{p} - 1$, $y = \ln p - C\sqrt{p} + 1$. **341.** $y = x\operatorname{tg}\ln Cx$; $x = 0$. **342.** $y^{2/3} = Ce^{2x} + (x/3) + (1/6)$; $y = 0$. **343.** $x = Ce^{\sin y} - 2(1+\sin y)$. **344.** $Cy = C^2e^x + 1$; $y = \pm 2e^{x/2}$. **345.** $y^2 = (x^2+C)e^{2x}$. **346.** $y = Cx - \sqrt[3]{C^3-1}$; $y^3 = (x^{3/2}\pm 1)^2$. **347.** $x(y^2-1)^2 = y^3 - 3y + C$; $y = \pm 1$. **348.** $\sqrt{y-x} - \sqrt{x} = C$; $y = x$. **349.** $x\sqrt{y} = \sin x + C$; $y = 0$. **350.** $x = 4p^3 - \ln Cp$, $y = 3p^4 - p$; $y = 0$. **351.** $y^2 + 2x^2\ln Cy = 0$; $y = 0$. **352.** $4x + y - 3 = 2\operatorname{tg}(2x+C)$. **353.** $xy\cos x - y^2 = C$. **354.** $4Cxy = C^2x^4 - 1$. **355.** $xy(\ln^2 x + C) = 1$. **356.** $2\sqrt{y-x^2} = x\ln Cx$; $y = x^2$. **357.** $(y^2/2) - (1/x) - xy = C$; $x = 0$. **358.** $x = Cy^2 - y^2(y+1)e^{-y}$; $y = 0$. **359.** $y(\ln y - \ln x - 1) = C$. **360.** $x = 2p - \ln p$, $y = p^2 - p + C$. **361.** $2x^3 - x^2y^2 + y^3 + x = C$. **362.** $(y - 4x + 2)^4(2y + 2x - 1) = C$. **363.** $y^3 = (C - x^3)\sin^3 x$. **364.** $p^2x = p\sin p + \cos p + C$, $py = p\sin p + 2\cos p + 2C$; $y = 0$. **365.** $x^2y^2 - 1 = xy\ln Cy^2$; $y = 0$. **366.** $y = C\cos x + \sin x$. **367.** $|x| = \ln\left(\frac{y}{x} + \sqrt{1+\frac{y^2}{x^2}}\right) + C$; $x = 0$. **368.** $(y-x)^2 = 2C(x+y) - C^2$; $y^{2/3} - x^{2/3} = C$; $y = 0$. **369.** $27(y-2x)^2 = (C-2x)^3$; $y = 2x$. **370.** $\sin(y/x) = -\ln Cx$. **371.** $x^2\left(\sqrt{1+x^4y^2} + x^2y\right) = C$. **372.** $3\sqrt{y} = x^2 - 1 + C\sqrt[4]{|x^2-1|}$; $y = 0$. **373.** $x = \frac{C}{p^2} - p - \frac{3}{2}$, $y = C\left(\frac{2}{p} - 1\right) - \frac{p^2}{2}$; $y = x+2$; $y = 0$. **374.** $(2x+3y-7)^3 = Ce^{x+2y}$. **375.** $(x^2 + y + \ln Cy)y = x$; $y = 0$. **376.** $x = 2\sqrt{p^2+1} - \ln(1 + \sqrt{p^2+1}) + \ln Cp$, $y = p\sqrt{p^2+1}$; $y = 0$. **377.** $y^2 = C\ln^2 x + 2\ln x$. **378.** $x = Cue^u$, $4y = C^2e^{2u}(2u^2+2u+1)$; $x^2 = 2y$. **379.** $xy^2\ln Cxy = 1$; $x = 0$; $y = 0$. **380.** $x^2\sin^2 y = 2\sin^3 y + C$. **381.** $1 - xy = (Cx-1)^2$; $xy = 1$; $y = 0$. **382.** $xe^y = e^x + C$. **383.** $\sin(y-2x) - 2\cos(y-2x) = Ce^{x+2y}$. **384.** $y = (2x+C)\sqrt{x^2+1} - x^2 - Cx - 2$. **385.** $(y+x^2)^2(2y - x^2) = C$. **386.** $(x-1)^2 = y^2(2x - 2\ln Cx)$; $y = 0$. **387.** $x = p[\ln(1 + \sqrt{p^2+1}) - \ln Cp]$, $2y = xp - \sqrt{p^2+1}$; $2y = -1$. **388.** $(y + 3x + 7)(y - x - 1)^3 = C$. **389.** $\sin y = Ce^{-x} + x - 1$. **390.** $y = C^2(x-C)^2$;

$16y = x^4$. **391.** $y^2 = x - (x+1)\ln C(x+1)$. **392.** $e^y = x^2 \ln Cx$. **393.** $(y - 2x\sqrt{y - x^2})(2\sqrt{y - x^2} + x) = C$. **394.** $xy^2 = \ln x^2 - \ln Cy$; $x = 0$; $y = 0$. **395.** $x(y^2 + x^2)^3 = \frac{2}{5}y^5 + \frac{4}{3}x^2y^3 + 2x^4y + Cx^5$; $x = 0$. **396.** $(u-1)\ln Cx^6(u-1)^5(u+2)^4 = 3$, где $u^3 = (y^2/x^2) - 2$; $y^2 = 3x^2$. **397.** $\sqrt{y} = (x^2 - 1)(2\ln|x^2 - 1| + C)$; $y = 0$. **398.** $x^2 - (x-1)\ln(y + {} + 1) - y = C$. **399.** $\operatorname{tg} y = x^2 + Cx$; $y = (2k+1)\pi/2$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ **400.** $y^2 = Cx^2 + C^2$. **401.** $x^3 = Ce^y - y - 2$. **402.** $y + 1 = x\ln C(y+1)$; $y = -1$. **403.** $y^2 = 2C^2(x - C)$; $8x^3 = 27y^2$. **404.** $x^6 = y^3(C - y\ln y + y)$; $y = 0$. **405.** $\ln C(u-v)^3\left(u^2 + uv + \frac{v^2}{3}\right)^2 = 2\operatorname{arctg}(1 + 2u/v)$, где $u^3 = y$, $v^2 = x$; $y^2 = x^3$. **406.** $(y-1)^2 = x^2 + Cx$. **407.** $(x^2 + y^2)(Cx + 1) = x$. **408.** $3x + y^3 - 1 = \operatorname{tg}(3x + C)$. **409.** $(C - x^2)\sqrt{y^2 + 1} = 2x$. **410.** $(x^2 + {} + y^2 + 1)^2 = 4x^2 + C$. **411.** $xy - x = y(y - x)\ln|Cy/(y - x)|$; $x = 0$; $y = 0$; $y = x$. **412.** $y = \pm x \operatorname{ch}(x + C)$; $y = \pm x$. **413.** $\sqrt{y^2 + 1} = x(Ce^x - 1)$. **414.** $(y - x)\ln C\frac{x-1}{x+1} = 2$; $y = x$. **415.** $(Ce^{x^2} + 2x^2 + 2)\cos y = 1$. **416.** $(y^2 - Cx^2 + 1)^2 = 4(1 - C)y^2$; $y = \pm x$. **417.** $y^2 + xy - 1 = Ce^{x^2/2}$. **418.** $6x^3y^4 + 2x^3y^3 + 3x^2y^4 = C$. **419.** $x + \frac{1}{x} + y^2 - 2y + 2 = Ce^{-y}$; $x = 0$. **420.** $e^y(C^2x^2 + 1) = 2C$; $x^2 = e^{-2y}$. **421.** $C_1x - C_1^2y = \ln|C_1x + 1| + C_2$; $2y = x^2 + C$; $y = C$. **422.** $9C_1^2(y - C_2)^2 = 4(C_1x + 1)^3$; $y = \pm x + C$. **423.** $C_1y^2 - 1 = (C_1x + C_2)^2$. **424.** $y^3 = C_1(x + C_2)^2$; $y = C$. **425.** $y = {} = C_1\operatorname{tg}(C_1x + C_2)$; $\ln\left|\frac{y - C_1}{y + C_1}\right| = 2C_1x + C_2$; $y = (C - x) = 1$; $y = C$. **426.** $C_1y = \sin(C_1x + C_2)$; $C_1y = \pm\operatorname{sh}(C_1x + C_2)$; $y = C \pm x$. **427.** $y = {} = C_1(x - e^{-x}) + C_2$. **428.** $y = C_3 - (x + C_1)\ln C_2(x + C_1)$; $y = C_1x + C_2$. **429.** $y + C_1\ln|y| = x + C_2$; $y = C$. **430.** $2y = C_1\cos 2x + (1 + 2C_1)x^2 + {} + C_2x + C_3$. **431.** $y = C_1[1 \pm \operatorname{ch}(x + C_2)]$; $y = Ce^{\pm x}$. **432.** $x = C_1p + 3p^2$, $y = \frac{12}{5}p^5 + \frac{5}{4}C_1p^4 + C_1^2\frac{p^3}{6} + C_2$; $y = C$. **433.** $y = C_1\frac{x^2}{2} - C_1^2x + C_2$; $y = (x^3/12) + C$. **434.** $e^y + C_1 = (x + C_2)^2$. **435.** $y = C_1(x + 2)e^{-x} + {} + C_2x + C_3$. **436.** $y = \pm\operatorname{ch}(x + C_1) + C_2$. **437.** $e^y\sin^2(C_1x + C_2) = 2C_1^2$; $e^y\operatorname{sh}^2(C_1x + C_2) = 2C_1^2$; $e^y(x + C)^2 = 2$. **438.** $y = C_1\frac{x^3}{6} - C_1^3\frac{x^2}{2} + C_2x + {} + C_3$; $y = \frac{\pm 8}{315}x^3\sqrt{3x} + C_1x + C_2$. **439.** $3C_1y = (x - C_1)^3 + C_2$; $y = C$; $y = C - 2x^2$. **440.** $\ln\left|y^2 + C_1 \pm \sqrt{y^4 + 2C_1y^2 + 1}\right| = 2x + C_2$; $y = \pm 1$. **441.** $x = 3C_1p^2 + \ln C_2p$, $y = 2C_1p^3 + p$; $y = C$. **442.** $x = C_1e^p - 2p - 2$, $y = C_1(p - 1)e^p - p^2 + C_2$. **443.** $12(C_1y - x) = C_1^2(x + C_2)^3 + C_3$. **444.** $y = x^2 + C_1 + C_2\left(x\sqrt{x^2 - 1} - \ln\left|x + \sqrt{x^2 - 1}\right|\right)$; $y = x^2 + C_1 + {} + C_2\left(x\sqrt{1 - x^2} + \arcsin x\right)$. **445.** $\ln y = C_1\operatorname{tg}(C_1x + C_2)$; $\ln|(\ln y - {} - C_1)/(\ln y + C_1)| = 2C_1x + C_2$; $(C - x)\ln y = 1$; $y = C$. **446.** $x = u - {} - \ln|1 + u| + C_2$, где $u = \pm\sqrt{1 + 4C_1y}$; $y = C$; $y = Ce^{-x}$. **447.** $C_1^2y = {} = (C_1^2x^2 + 1)\operatorname{arctg} C_1x - C_1x + C_2$; $2y = k\pi x^2 + C$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ **448.** $x = \ln|p| + 2C_1p - C_2$, $y = p + C_1p^2 + C_3$; $y = C_1x + C_2$. **449.** $C_1^2y + {} + 1 = \pm\operatorname{ch}(C_1x + C_2)$; $C_1^2y - 1 = \sin(C_1x + C_2)$; $2y = (x + C)^2$;

$y = 0$. **450.** $y = C_2 - \ln\left|\cos\left(\frac{x^2}{2} + C_1\right)\right|$. **451.** $6y = x^3 \ln|x| + C_1x^3 + C_2x^2 + C_3x + C_4$. **452.** $y = x\int\limits_0^x \frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t + \cos x + C_1x + C_2$. **453.** $y = C_1\left[x\int\limits_0^x \mathrm{e}^{t^2}\mathrm{d}t - \frac{1}{2}(\mathrm{e}^{x^2} - 1)\right] + C_2x + C_3$. **454.** $y = \frac{x^2}{2}\int\limits_1^x \frac{\mathrm{e}^t}{t}\mathrm{d}t - \frac{x+1}{2}\mathrm{e}^x + C_1x^2 \ln|x| + C_2x^2 + C_3x + C_4$. **455.** $C_2y^2 - C_1 = C_2^2(x + C_3)^2$; $y = C$. **456.** $C_1y = \ln|C_1x + C_2| + C_3$; $y = C_1x + C_2$. **457.** $C_1y - 1 = C_2\mathrm{e}^{C_1x}$; $y = C - x$; $y = 0$. **458.** $y = C_1x^2 + C_2x + C_3$; $y = \pm\sqrt{C_1x + C_2} + C_3x + C_4$. **459.** $y^2 = x^2 + C_1x + C_2$. **460.** $y = \mathrm{e}^{x^2/2}\left(C_1\int \mathrm{e}^{-x^2/2}\mathrm{d}x + C_2\right) - 1$. **461.** $y = C_1 \operatorname{tg}(C_1 \ln C_2x)$; $y - C_1 = C_2(y + C_1)|x|^{2C_1}$; $y \ln Cx = -1$. **462.** $2\ln\left|\frac{y - C_1}{y + C_1}\right| = C_1x^2 + C_2$; $y = 4C_1\operatorname{tg}(C_1x^2 + C_2)$; $y(C - x^2) = 4$; $y = C$. **463.** $y = C_2\mathrm{e}^{Cx^2}$. **464.** $C_1x + 4x^{5/2} = \ln C_2y$; $y = 0$. **465.** $y = C_2(x + \sqrt{x^2 + 1})^{C_1}$. **466.** $y^2 = C_1x^3 + C_2$. **467.** $y = C_2x\mathrm{e}^{-C_1/x}$. **468.** $y = C_2|x|^{C_1 - (1/2)\ln|x|}$. **469.** $y = C_2\left|\frac{x}{x + C_1}\right|^{1/C_1}$; $y = C$; $y = C\mathrm{e}^{-1/x}$. **470.** $|y|^{C_1^2 + 1} = C_2\left(x - \frac{1}{C_1}\right)|x + C_1|^{C_1^2}$; $y = C$. **471.** $y = C_2x(\ln C_1x)^2$; $y = Cx$. **472.** $\ln|y| = \ln|x^2 - 2x + C_1| + \int\frac{2\,\mathrm{d}x}{(x-1)^2 + C_1 - 1} + C_2$; $y = C$. **473.** $4C_1y^2 = 4x + x(C_1 \ln C_2x)^2$. **474.** $y = -x\ln(C_2 \ln C_1x)$; $y = Cx$. **475.** $\frac{y}{x} = C_2 - 3\ln\left|\frac{1}{x} - C_1\right|$; $y = Cx$. **476.** $x^2y = C_1 \operatorname{tg}(C_1 \ln C_2x)$, $C_2(x^2y + C_1)|x|^{2C_1} = x^2y - C_1$; $x^2y\ln Cx = -1$. **477.** $4(C_1y - 1) = C_1^2 \ln^2 C_2x$. **478.** $Cy = x^{3/2}(C_2x^C + 2)$; $y = Cx^{3/2}$; $y = -2x^{3/2}\ln Cx$. **479.** $2C_2x^2y = (C_2x - C_1)^2 - 1$; $xy = \pm 1$. **480.** $2C_1C_2y = C_2^2|x|^{2+C_1} + |x|^{2-C_1}$. **501.** $(3 - x)y^5 = 8(x + 2)$. **502.** $y(x + 2) = -x - 6$. **503.** $(1 - \ln x)^2y = x^2$. **504.** $y = 3\,\mathrm{th}^2\,\frac{x\sqrt{3}}{2} - 2$. **505.** $\ln\operatorname{tg}\left(\frac{y}{2} + \frac{\pi}{6}\right) = 2x + 2$. **506.** а) $4(C_1y - 1) = C_1^2(x + C_2)^2$; б) $y\sqrt{(C_1/y) - 1} + C_1 \arccos\sqrt{y/C_1} = C_2 \pm x$. **507.** $y = C_2 - k\ln\cos\left(\frac{x}{k} + \ +C_1\right)$. **508.** $y = \frac{p}{2T}x^2 + C_1x + C_2$; p — нагрузка на единицу длины горизонтальной проекции, T — горизонтальная составляющая силы натяжения нити. **509.** $ay = \mathrm{ch}(ax + C_1) + C_2$; $a = q/T$, q — вес единицы длины нити, T — см. ответ к задаче 508. **511.** $y = C_1\mathrm{e}^x + C_2\mathrm{e}^{-2x}$. **512.** $y = C_1\mathrm{e}^{-x} + C_2\mathrm{e}^{-3x}$. **513.** $y = C_1 + C_2\mathrm{e}^{2x}$. **514.** $y = C_1\mathrm{e}^{2x} + C_2\mathrm{e}^{x/2}$. **515.** $y = \mathrm{e}^{2x}(C_1\cos x + C_2\sin x)$. **516.** $y = \mathrm{e}^{-x}(C_1\cos 3x + C_2\sin 3x)$. **517.** $y = C_1\cos 2x + C_2\sin 2x$. **518.** $y = C_1\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^{-x}(C_2\cos x\sqrt{3} + C_3\sin x\sqrt{3})$. **519.** $y = C_1\mathrm{e}^x + C_2\mathrm{e}^{-x} + C_3\cos x + C_4\sin x$. **520.** $y = \mathrm{e}^x(C_1\cos x + C_2\sin x) + \mathrm{e}^{-x}(C_3\cos x + C_4\sin x)$. **521.** $y = \mathrm{e}^{x\sqrt{3}}(C_1\cos x + C_2\sin x) + C_3\cos 2x + C_4\sin 2x + \mathrm{e}^{-x\sqrt{3}}(C_5\cos x + C_6\sin x)$. **522.** $y = \mathrm{e}^x(C_1 + C_2x)$. **523.** $y = \mathrm{e}^{-x/2}(C_1 + C_2x)$. **524.** $y = C_1 + C_2x + C_3x^2 + \mathrm{e}^{3x}(C_4 + C_5x)$. **525.** $y = C_1 + C_2\mathrm{e}^x + C_3\mathrm{e}^{-x} + C_4\mathrm{e}^{3x} + C_5\mathrm{e}^{-3x}$. **526.** $y = (C_1 +$

$+ C_2x)\cos x + (C_3 + C_4x)\sin x$. **527.** $y = e^x(C_1 + C_2x + C_3x^2)$. **528.** $y = e^x(C_1 + C_2x) + C_3e^{-x}$. **529.** $y = C_1e^x + C_2e^{-x} + C_3e^{2x} + C_4e^{-2x}$. **530.** $y = C_1 + (C_2 + C_3x)\cos 2x + (C_4 + C_5x)\sin 2x$. **531.** $y = e^x(C_1 + C_2x) + C_3e^{-2x}$. **532.** $y = C_1\cos x + C_2\sin x + C_3\cos x\sqrt{3} + C_4\sin x\sqrt{3}$. **533.** $y = C_1e^{-x} + C_2e^{3x} + (1/5)e^{4x}$. **534.** $y = C_1\cos x + C_2\sin x + (2x - 2)e^x$. **535.** $y = C_1e^x + C_2e^{-x} + xe^x + x^2 + 2$. **536.** $y = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{3}\right)e^x + C_1e^{-2x} + C_2e^x$. **537.** $y = C_1e^x + C_2e^{2x} + 0{,}1\sin x + 0{,}3\cos x$. **538.** $y = C_1\cos x + C_2\sin x - 2x\cos x$. **539.** $y = C_1e^x + C_2e^{4x} - (2x^2 - 2x + 3)e^{2x}$. **540.** $y = C_1e^x + C_2e^{2x} + (0{,}1x - 0{,}12)\cos x - (0{,}3x + 0{,}34)\sin x$. **541.** $y = C_1e^x + C_2e^{-4x} - \frac{x}{5}e^{-4x} - \left(\frac{x}{6} + \frac{1}{36}\right)e^{-x}$. **542.** $y = \left(\frac{x^3}{12} - \frac{x^2}{16} + \frac{x}{32}\right)e^x + C_1e^x + C_2e^{-3x}$. **543.** $y = e^{2x}(C_1\cos 2x + C_2\sin 2x) + 0{,}25e^{2x} + 0{,}1\cos 2x + 0{,}05\sin 2x$. **544.** $y = C_1e^{3x} + C_2e^{-3x} + e^{3x}\left(\frac{6}{37}\sin x - \frac{1}{37}\cos x\right)$. **545.** $y = (C_1 + C_2x + x^3)e^x$. **546.** $y = \left(C_1 - \frac{x^2}{4}\right)\cos x + \left(C_2 + \frac{x}{4}\right)\sin x$. **547.** $y = (C_1 + C_2x)e^{-2x} + \left(\frac{x}{16} - \frac{1}{32}\right)e^{2x}$. **548.** $y = C_1 + C_2e^{5x} - 0{,}2x^3 - 0{,}12x^2 - 0{,}048x + 0{,}02(\cos 5x - \sin 5x)$. **575.** $y = e^x(x\ln|x| + C_1x + C_2)$. **576.** $y = (e^{-x} + e^{-2x})\ln(e^x + 1) + C_1e^{-x} + C_2e^{-2x}$. **577.** $y = (C_1 + \ln|\sin x|)\sin x + (C_2 - x)\cos x$. **578.** $y = \sin 2x\ln|\cos x| - x\cos 2x + C_1\sin 2x + C_2\cos 2x$. **579.** $y = e^{-x}\left(\frac{4}{5}(x+1)^{5/2} + C_1 + C_2x\right)$. **580.** $y = C_1\cos x + C_2\sin x - \frac{\cos 2x}{\cos x}$. **581.** $y = -\frac{1}{x} + C_1e^x + C_2e^{-x}$. **582.** $y = (7 - 3x)e^{x-2}$. **583.** $y = 2\cos x - 5\sin x + 2e^x$. **584.** $y = e^{2x-1} - 2e^x + e - 1$. **585.** $y = e^{-x}(x - \sin x)$. **586.** $y = 2 + e^{-x}$. **587.** $y = (x-1)(e^{2x} - e^{-x})$. **588.** $y = x - x\sin x - 2\cos x$. **589.** $y = C_1x^2 + C_2x^3$. **590.** $y = C_1x^3 + C_2x^{-1}$. **591.** $y = x(C_1 + C_2\ln|x| + C_3\ln^2|x|)$. **592.** $y = C_1 + C_2\ln|x| + C_3x^3$. **593.** $y = x(C_1 + C_2\ln|x|) + 2x^3$. **594.** $y = C_1\cos(2\ln|x|) + C_2\sin(2\ln|x|) + 2x$. **595.** $y = C_1x^2 + \frac{1}{x}\left(C_2 - \frac{2}{3}\ln x - \ln^2 x\right)$. **596.** $y = x^2(C_1\cos\ln|x| + C_2\sin\ln|x| + 3)$. **597.** $y = C_1x^3 + C_2x^{-2} + x^3\ln|x| - 2x^2$. **598.** $y = C_1x^2 + C_2x^{-1} + 0{,}1\cos\ln x - 0{,}3\sin\ln x$. **599.** $y = (x-2)^2(C_1 + C_2\ln|x-2|) + x - 1{,}5$. **600.** $y = C_1\left(x + \frac{3}{2}\right) + C_2\left|x + \frac{3}{2}\right|^{3/2} + C_3\left|x + \frac{3}{2}\right|^{1/2}$. **601.** $y = \left(C_1 + C_2x + \frac{x^2}{4}\right)e^{-x} + \frac{1}{8}e^x$. **602.** $y = \frac{1-x}{16}e^{3x} - \frac{1+x}{16}e^{-x} + \left(\frac{x^3}{12} + C_1x + C_2\right)e^x$. **603.** $y = C_1e^{(-1+i)x} + [C_2 + (i-1)x]\times e^{(1-i)x} - e^{(1+i)x}$. **604.** $y = (2x^2 + C_1x + C_2)e^{-ix} - e^{ix}$. **605.** $y = C_1e^{(\sqrt{3}+i)x} + C_2e^{(i-\sqrt{3})x} + \left(C_3 - \frac{x}{24}\right)e^{-2ix} + \frac{i}{32}e^{2ix}$. **606.** $y = \frac{C_1}{x} + \left[C_2 - \frac{1}{3}\ln(-x) + \frac{1}{2}\ln^2(-x)\right]x^2$. **607.** $y = (C_1 + C_2x + x\ln|x|)e^{-x} + \frac{x-1}{4}e^x$. **608.** $y = \left[\frac{1}{8} + \left(C_1 - \frac{x}{2}\right)\cos 2x + \left(C_2 + \frac{x}{8} + \frac{1}{2}\ln|\cos x|\right)\times \sin 2x\right]e^{-x}$. **609.** $y = x^2\ln\frac{C_1x}{x+1} - \frac{x}{2} + 1 - \frac{1}{x}\ln C_2(x+1)$. **610.** $y = x[C_1 + (C_2 + \ln|\ln x|)\ln x] + \frac{1+\ln x}{4x}$. **611.** $y = C_1\cos x + C_2\sin x +$

$+\int\limits_0^x \sin(x-s)f(s)\,\mathrm{d}s$. **612.** $\int\limits_0^x f(s)\cos s\,\mathrm{d}s$ и $\int\limits_0^x f(s)\sin s\,\mathrm{d}s$ ограничены при $x\to+\infty$. **613.** $y'''-3y''+3y'-y=0$. **614.** $y''-4y'+5y=0$. **615.** $y^{\mathrm{IV}}+2y''+y=0$. **616.** $y^{\mathrm{IV}}-4y'''+14y''-20y'+25y=0$. **617.** $y'''-y''-y'+y=0$. **618.** $y^{\mathrm{IV}}+y''=0$. **619.** $a=0$, $b>0$. **620.** $a>0$, $b>0$. **621.** $b<0$ или $b\geqslant 0$, $a>0$. **622.** $b>0$, $a\leqslant-2\sqrt{b}$. **623.** $a^2<4b$. **624.** $a>2$, $b>a-1$. **625.** $a=2\sqrt{b}$. **626.** $\omega\neq\pm k$; $\omega=k=0$. **627.** $x=\frac{(b-\omega^2)\sin\omega t-a\omega\cos\omega t}{(b-\omega^2)^2+a^2\omega^2}$; амплитуда $A=\frac{1}{\sqrt{(b-\omega^2)^2+a^2\omega^2}}$; $\max A$ достигается при $\omega^2=b-\frac{a^2}{2}$. **628.** $x=\frac{\mathrm{e}^{i\omega t}}{4-\omega^2+i\omega}$. **629.** $x(t)=\int\limits_{-\infty}^{t}\frac{\mathrm{e}^{\lambda_1(t-s)}-\mathrm{e}^{\lambda_2(t-s)}}{\lambda_1-\lambda_2}f(s)\,\mathrm{d}s=\int\limits_0^\infty\frac{\mathrm{e}^{\lambda_1 z}-\mathrm{e}^{\lambda_2 z}}{\lambda_1-\lambda_2}f(t-z)\,\mathrm{d}z$; $|x(t)|\leqslant\frac{m}{b}$. **630.** $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. **631.** В случае $h^2>4km$ $x=\frac{v_0}{2\gamma}(\mathrm{e}^{(-\alpha+\gamma)t}-\mathrm{e}^{(-\alpha-\gamma)t})$, $\alpha=\frac{h}{2m}$, $\gamma=\frac{\sqrt{h^2-4km}}{2m}$. В случае $h^2<4km$ $x=\frac{v_0}{\beta}\mathrm{e}^{-\alpha t}\sin\beta t$, $\alpha=\frac{h}{2m}$, $\beta=\frac{\sqrt{4km-h^2}}{2m}$. **632.** $x(t)=\frac{b(k-m\omega^2)\sin\omega t-bh\omega\cos\omega t}{(k-m\omega^2)^2+h^2\omega^2}$. **633.** $A=\frac{kB}{k-m\omega^2}$. **634.** $x=4-2\cos t$. **635.** $I=\frac{V}{R}\left(1-\ \mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}\right)$. **636.** $I=\frac{V}{R}\mathrm{e}^{-t/RC}$. **637.** $I=\frac{q}{RC}\mathrm{e}^{-t/RC}$. **638.** $I=\frac{q}{\omega CL}\mathrm{e}^{-Rt/2L}\sin\omega t$, $CR^2<4L$, $\omega=\frac{\sqrt{4CL-R^2C^2}}{2LC}$. **639.** $I=A\sin(\omega t-\varphi)$, $A=\frac{V}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$, $\varphi=\operatorname{arctg}\frac{\omega L}{R}$. **640.** $I=A\sin(\omega t-\varphi)$, $A=\frac{V}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$, $\varphi=\operatorname{arctg}\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}$; $\max A=\frac{V}{R}$ при $\omega^2=\frac{1}{LC}$. **641.** Нет. **642.** Да. **643.** Нет. **644.** Нет. **645.** Да. **646.** Нет. **647.** Да. **648.** Нет. **649.** Нет. **650.** Да. **651.** Нет. **652.** Да. **653.** Да. **654.** Да. **655.** Нет. **656.** Нет. **657.** Да. **658.** Нет. **659.** Да. **660.** Нет. **661.** Да. **662.** Нет. **663.** а) Нет. б) Нет. **664.** Линейно независимы. **665.** Могут быть линейно зависимы или независимы. **666.** а) $W\equiv 0$; б) ничего нельзя сказать. **667.** Линейно независимы. Уравнение не удовлетворяет условиям теоремы. **669.** Два. **670.** а) $-1<x<\infty$. б) $\frac{3}{2}\pi<x<\frac{5}{2}\pi$. **671.** а) Могут при $n\geqslant 2$. б) Могут при $n\geqslant 3$. **672.** $n\geqslant 4$. **673.** $n\geqslant 2$. **674.** $y''-y'\operatorname{ctg}x=0$. **675.** $(x-1)y''-xy'+y=0$. **676.** $y'''-y''=0$. **677.** $(2x^2+6x-9)y''-(4x+6)y'+4y=0$. **678.** $y''-y=0$. **679.** $(x^2-2x+2)y'''-x^2y''+2xy'-2y=0$. **680.** $x^2y''-3xy'+3y=0$. **681.** $y=C_1x+C_2\mathrm{e}^{-2x}$. **682.** $y=C_1\left(1+\frac{1}{x}\right)+C_2\left(\frac{x}{2}+1-\frac{x+1}{x}\ln|x+1|\right)$. **683.** $y=\mathrm{e}^x(C_1x^2+C_2)$. **684.** $xy=C_1\mathrm{e}^{-x}+C_2\mathrm{e}^x$. **685.** $y=C_1\operatorname{tg}x+C_2(1+x\operatorname{tg}x)$. **686.** $y=C_1(1+x\ln|x|)+C_2x$. **687.** $y=C_1(\mathrm{e}^x-1)+\frac{C_2}{\mathrm{e}^x+1}$. **688.** $y=C_1x+C_2(\ln x+1)$. **689.** $y=C_1\sin x+C_2\left(2-\sin x\times\ \times\ln\frac{1+\sin x}{1-\sin x}\right)$. **690.** $y=C_1(x-3)+\frac{C_2}{x+1}$. **691.** $y=C_1\mathrm{e}^{2x}+C_2(3x+1)\mathrm{e}^{-x}$. **692.** $y=(C_1+C_2x)\mathrm{e}^{-x^2}$. **693.** $y=C_1(2x+1)+C_2\mathrm{e}^{2x}$. **694.** $y=C_1(x+$

$+ 1) + C_2x^{-1}$. **695.** $y = C_1(x+2) + C_2x^2$. **696.** $y = C_1(x^2+2) + C_2x^3$. **697.** $y = C_1(x^2+1) + C_2[x + (x^2+1)\operatorname{arctg} x]$. **698.** $y = C_1\sqrt{|x|} + C_2(x-2)$. **699.** $y = C_1x + C_2e^x + C_3e^{-x}$. **700.** $y = C_1x + C_2x^{-1} + C_3(x\ln|x| + 1)$. **701.** $y = C_1x + C_2e^x + C_3(x^2-1)$. **702.** $y = C_1(x+2) + \frac{C_2}{x} + \left(\frac{x}{2}+1\right)\ln|x| + \frac{3}{2}$. **703.** $y = C_1(2x-1) + C_2e^{-x} + \frac{x^2+1}{2}$. **704.** $y = \frac{C_1}{x+1} + \frac{C_2}{x-1} + x$. **705.** $y = C_1(x^2+1) + C_2x^{-1} + 2x$. **706.** $z'' + z = 0$. **707.** $z'' - z = 0$. **708.** $z'' = 0$. **709.** $x^2z'' - 2z = 0$. **710.** $4x^2z'' + (4x^2+1)z = 0$. **711.** $y''_{tt} - y = 0$. **712.** $y''_{tt} + y = 0$. **713.** $(t^2-1)y''_{tt} - 2y = 0$. **714.** $y''_{tt} + t^2y = 0$. **715.** $8y''_{tt} + t^2y = 0$. **716.** $y = 1 + C_1(x-1) + C_2(x^2-1)$. **717.** $\int p(x)\,dx \to +\infty$ при $x \to +\infty$. **719.** На прямых $y = 0$ и $x = x_i$, где $q(x_i) = 0$. **720.** а) Нет. б) Да. в) Нет. г) Нет. **726.** $\pi/\sqrt{m}$; $[(b-a)\sqrt{m}/\pi]$ нулей или на один больше (квадратные скобки означают целую часть числа). **727.** $0{,}33<d<0{,}5$. **728.** $15{,}7<d<32$. **729.** $0{,}49<d<1$. **730.** $0{,}15<d<1{,}2$. **737.** $u''_{tt} + (\pm1 + \psi^3\psi''_{xx})u = 0$, $t = \int\frac{dx}{(\psi(x))^2}$, $y = \psi u$.

В тех из ответов **738—750**, где решение y_2 не указано, оно получается из y_1 заменой cos на sin.

738. $y_1 = \frac{1}{x}\cos\frac{x^3}{3} + O(1/x^4)$. **739.** $y_{1,2} = x^{-1/2}e^{\pm x^2/2}(1 + O(x^{-2}))$. **740.** $y_1 = \frac{1}{\sqrt{x}}\cos\frac{x^2}{2} + O(x^{-5/2})$. **741.** $y_1 = e^{-x/2}\cos e^x + O(e^{-3x/2})$. **742.** $y_{1,2} = x^{1/4}e^{\pm2\sqrt{x}}(1 + O(x^{-1/2}))$. **743.** $y_{1,2} = x^{-1/4}e^{\pm\frac{2}{3}x^{3/2}}(1 + O(x^{-3/2}))$. **744.** $y_1 = x^{-3/4}\cos 2\sqrt{x} + O(x^{-5/4})$. **745.** $y_1 = e^{(x-1)^2/2}\left[(2x)^{-1/4}\cos\frac{(2x)^{3/2}}{3} + O(x^{-7/4})\right]$. **746.** $y_1 = \frac{1}{x}\cos\frac{x^3}{3} + O\left(\frac{1}{x^2}\right)$. **747.** $y_{1,2} = x^{(1\pm\sqrt{5})/2}(1 + O(x^{-2}))$. **748.** $y_1 = \sqrt{\frac{x}{\ln x}}\left[\cos\left(\frac{1}{2}\ln^2 x - \frac{1}{8}\ln\ln x\right) + O(\ln^{-2}x)\right]$. **749.** $y_{1,2} = \left[1 \pm \frac{3}{32x^2} + \frac{105}{2048x^4} + O(x^{-6})\right]\cdot\frac{e^{\pm x^2}}{\sqrt{2x}}$. **750.** $y_1 = x^{1/4}\left(1 + \frac{3}{64x}\right)\cos\left(2\sqrt{x} + \frac{3}{16\sqrt{x}}\right) + O(x^{-5/4})$. **751.** $y = (\operatorname{sh} x/\operatorname{sh} 1) - 2x$. **752.** $y = x + e^{-x} - e^{-1}$. **753.** $y = e^x - 2$. **754.** $y = 1 - \sin x - \cos x$. **755.** Решений нет. **756.** $y = 2x - \pi + \pi\cos x + C\sin x$, C — произвольное. **757.** $y = -2e^{-x}$. **758.** $y = e^{-x} - 1$. **759.** $y = -e^{(-1-i)x}$. **760.** $y = 2x^3$. **761.** $y = 3x^2$. **762.** $y = -x^{-3}$. **763.** $a = (2n-1)^2\pi^2$, $n = 1, 2, 3, \ldots$ **764.** $G = (s-1)x$ $(0\leqslant x\leqslant s)$, $G = s(x-1)$ $(s\leqslant x\leqslant 1)$. **765.** $G = \sin s\cos x$ $(0\leqslant x\leqslant s)$, $G = \cos s\sin x$ $(s\leqslant x\leqslant\pi)$. **766.** $G = e^s(e^{-x}-1)$ $(0\leqslant x\leqslant s)$, $G = 1 - e^s$ $(s\leqslant x\leqslant 1)$. **767.** $G = -e^{-s}\operatorname{ch} x$ $(0\leqslant x\leqslant s)$, $G = -e^{-x}\operatorname{ch} s$ $(s\leqslant x\leqslant 2)$. **768.** $G = \frac{1}{2}\sin|x-s|$. **769.** $G = \frac{1}{x} - 1$ $(1\leqslant x\leqslant s)$, $G = \frac{1}{s} - 1$ $(s\leqslant x\leqslant 3)$. **770.** $G = \frac{s^2-4}{2s^2}$ $(1\leqslant x\leqslant s)$, $G = \frac{x^2-4}{2s^2}$ $(s\leqslant x\leqslant 2)$. **771.** $G = \frac{1-x^3}{3s^3x}$ $(1\leqslant x\leqslant s)$, $G = \frac{1-s^3}{3s^3x}$ $(s\leqslant x\leqslant 2)$. **772.** $G = -x$ $(0\leqslant x\leqslant s)$, $G = -s$ $(s\leqslant x<\infty)$. **773.** $G = -1$ $(0\leqslant x\leqslant s)$, $G = -e^{s-x}$ $(s\leqslant x<\infty)$. **774.** $G = -\ln x$ $(1\leqslant x\leqslant s)$, $G = -\ln s$

$(s \leqslant x < \infty)$. **775.** $G = \frac{1}{2}e^s(e^{-3x} - e^{-x})$ $(0 \leqslant x \leqslant s)$, $G = \frac{1}{2}e^{-3x}(e^s - e^{3s})$ $(s \leqslant x < \infty)$. **776.** $G = (1 - x^2)/2s^2x$ $(1 \leqslant x \leqslant s)$, $G = (1 - s^2)/2s^2x$ $(s \leqslant x < \infty)$. **777.** $G = x(s^3 - 1)/3s^2$ $(0 \leqslant x \leqslant s)$, $G = s(x^3 - 1)/3x^2$ $(s \leqslant x \leqslant 1)$. **778.** $G = -(1/2)e^{-|x-s|}$. **779.** $G = -x^2/3s^3$ $(0 \leqslant x \leqslant s)$, $G = -1/3x$ $(s \leqslant x < \infty)$. **780.** $a \neq k^2\pi^2$, $k = 1, 2, 3, \ldots$ **781.** $-\frac{m}{2} \leqslant y \leqslant 0$, $-\frac{m}{3x} \leqslant y' \leqslant \frac{m}{3x}$. **782.** $\lambda_k = -k^2\pi^2/l^2$, $y_k = \sin(k\pi x/l)$, $k = 1, 2, 3, \ldots$ **783.** $\lambda_k = -k^2\pi^2/l^2$, $y_k = \cos(k\pi x/l)$, $k = 0, 1, 2, \ldots$ **784.** $\lambda_k = -\left(k - \frac{1}{2}\right)^2 \frac{\pi^2}{l^2}$, $y_k = \sin\left(k - \frac{1}{2}\right)\frac{\pi x}{l}$, $k = 1, 2, 3, \ldots$ **785.** $\lambda_k = -\left(\frac{k\pi}{\ln a}\right)^2 - \frac{1}{4}$, $y_k = \sqrt{x}\sin\frac{k\pi \ln x}{\ln a}$, $k = 1, 2, 3, \ldots$ **786.** $x = C_1e^t + C_2e^{5t}$, $y = -C_1 e^t + 3C_2 e^{5t}$. **787.** $x = C_1e^{-t} + C_2e^{3t}$, $y = 2C_1e^{-t} - 2C_2e^{3t}$. **788.** $x = 2C_1e^{3t} - 4C_2e^{-3t}$, $y = C_1 e^{3t} + C_2 e^{-3t}$. **789.** $x = e^{2t}(C_1\cos t + C_2\sin t)$, $y = e^{2t}[(C_1 + C_2)\cos t + (C_2 - C_1)\sin t]$. **790.** $x = e^t(C_1 \cos 3t + C_2 \sin 3t)$, $y = e^t(C_1 \sin 3t - C_2 \cos 3t)$. **791.** $x = (2C_2 - C_1)\cos 2t - (2C_1 + C_2)\sin 2t$, $y = C_1\cos 2t + C_2\sin 2t$. **792.** $x = (C_1 + C_2t)e^{3t}$, $y = (C_1 + C_2 + C_2t)e^{3t}$. **793.** $x = (C_1 + C_2t)e^t$, $y = (2C_1 - C_2 + 2C_2t)e^t$. **794.** $x = (C_1 + 2C_2t)e^{-t}$, $y = (C_1 + C_2 + 2C_2t)e^{-t}$. **795.** $x = (C_1 + 3C_2t)e^{2t}$, $y = (C_2 - C_1 - 3C_2t)e^{2t}$. **796.** $x = C_1e^t + C_2e^{2t} + C_3e^{-t}$, $y = C_1e^t - 3C_3e^{-t}$, $z = C_1e^t + C_2e^{2t} - 5C_3e^{-t}$. **797.** $x = C_1 + 3C_2e^{2t}$, $y = -2C_2e^{2t} + C_3e^{-t}$, $z = C_1 + C_2e^{2t} - 2C_3e^{-t}$. **798.** $x = C_2e^{2t} + C_3e^{3t}$, $y = C_1e^t + C_2e^{2t}$, $z = C_1e^t + C_2e^{2t} + C_3e^{3t}$. **799.** $x = C_1e^t + C_2e^{2t} + C_3e^{5t}$, $y = C_1e^t - 2C_2e^{2t} + C_3e^{5t}$, $z = -C_1e^t - 3C_2e^{2t} + 3C_3e^{5t}$. **800.** $x = C_1e^t + C_3e^{-t}$, $y = C_1e^t + C_2e^{2t}$, $z = 2C_2e^{2t} - C_3e^{-t}$. **801.** $x = e^t(2C_2 \sin 2t + 2C_3 \cos 2t)$, $y = e^t(C_1 - C_2 \cos 2t + C_3 \sin 2t)$, $z = e^t(-C_1 - 3C_2 \cos 2t + 3C_3 \sin 2t)$. **802.** $x = C_1e^{2t} + e^{3t}(C_2 \cos t + C_3 \sin t)$, $y = e^{3t}[(C_2 + C_3)\cos t + (C_3 - C_2)\sin t]$, $z = C_1e^{2t} + e^{3t}[(2C_2 - C_3)\cos t + (2C_3 + C_2)\sin t]$. **803.** $x = C_2 \cos t + (C_2 + 2C_3)\sin t$, $y = 2C_1e^t + C_2\cos t + (C_2 + 2C_3)\sin t$, $z = C_1e^t + C_3 \cos t - (C_2 + C_3)\sin t$. **804.** $x = C_1e^{2t} + (C_2 + C_3)e^{3t}$, $y = C_1e^{2t} + C_2e^{3t}$, $z = C_1e^{2t} + C_3e^{3t}$. **805.** $x = C_1 + C_2e^t$, $y = 3C_1 + C_3e^t$, $z = -C_1 + (C_2 - C_3)e^t$. **806.** $x = C_1e^{3t} + C_2e^{-t}$, $y = -C_1e^{3t} + (C_2 + 2C_3)e^{-t}$, $z = -3C_1e^{3t} + C_3e^{-t}$. **807.** $x = C_1e^{2t} + C_3e^{-5t}$, $y = C_2e^{2t} + 3C_3e^{-5t}$, $z = (C_1 - 2C_2)e^{2t} + 2C_3e^{-5t}$. **808.** $x = (C_1 + C_2t)e^t + C_3e^{2t}$, $y = (C_1 - 2C_2 + C_2t)e^t$, $z = (C_1 - C_2 + C_2t)e^t + C_3 e^{2t}$. **809.** $x = (C_2 + C_3t)e^{-t}$, $y = 2C_1e^t - (2C_2 + C_3 + 2C_3t)e^{-t}$, $z = C_1e^t - (C_2 + C_3 + C_3t)e^{-t}$. **810.** $x = C_1 + C_2t + 4C_3e^{3t}$, $y = C_2 - 2C_1 - 2C_2t + 4C_3e^{3t}$, $z = C_1 - C_2 + C_2t + C_3e^{3t}$. **811.** $x = (C_1 + C_3t)e^t$, $y = (C_2 + 2C_3t)e^t$, $z = (C_1 - C_2 - C_3 - C_3t)e^t$. **812.** $x = (C_1 + C_2t + C_3t^2)e^{2t}$, $y = [2C_1 - C_2 + (2C_2 - 2C_3)t + 2C_3t^2]e^{2t}$, $z = [C_1 - C_2 + 2C_3 + (C_2 - 2C_3)t + C_3t^2]e^{2t}$. **813.** $x = 3C_1e^t + 3C_2e^{-t} + C_3 \cos t + C_4 \sin t$, $y = C_1 e^t + C_2 e^{-t} + C_3 \cos t + C_4 \sin t$. **814.** $x = -2e^t(C_1 + C_2 + C_2t) - 2e^{-t}(C_3 - C_4 + C_4t)$, $y = e^t(C_1 + C_2t) +$

$+\mathrm{e}^{-t}(C_3+C_4t)$. **815.** $x=\mathrm{e}^t(C_1\cos t+C_2\sin t)+\mathrm{e}^{-t}(C_3\cos t+C_4\sin t)$, $y=\mathrm{e}^t(C_1\sin t-C_2\cos t)+\mathrm{e}^{-t}(C_4\cos t-C_3\sin t)$. **816.** $x=C_1\mathrm{e}^t+C_2\mathrm{e}^{-t}+C_3\mathrm{e}^{2t}+C_5\mathrm{e}^{-2t}$, $y=C_1\mathrm{e}^t+C_2\mathrm{e}^{-t}+C_4\mathrm{e}^{2t}+C_6\mathrm{e}^{-2t}$, $z=C_1\mathrm{e}^t+C_2\mathrm{e}^{-t}-(C_3+C_4)\mathrm{e}^{2t}-(C_5+C_6)\mathrm{e}^{-2t}$. **817.** $x=3C_1\mathrm{e}^t+C_2\mathrm{e}^{-t}$, $y=C_1\mathrm{e}^t+C_2\mathrm{e}^{-t}$. **818.** $x=C_1\mathrm{e}^t+C_2\mathrm{e}^{-t}+2C_3\mathrm{e}^{-2t}$, $y=2C_1\mathrm{e}^t+C_3\mathrm{e}^{-2t}$. **819.** $x=3C\mathrm{e}^{-t}$, $y=C\mathrm{e}^{-t}$. **820.** $x=-2C_2\mathrm{e}^{3t}+C_3\mathrm{e}^t$, $y=C_1\mathrm{e}^{-t}+C_2\mathrm{e}^{3t}$. **821.** $x=2C_1\mathrm{e}^{2t}+2C_2\mathrm{e}^{-2t}+2C_3\cos 2t+2C_4\sin 2t$, $y=3C_1\mathrm{e}^{2t}-3C_2\mathrm{e}^{-2t}-C_3\sin 2t+C_4\cos 2t$. **822.** $x=C_1\mathrm{e}^{\frac{t}{2}}-4C_2\mathrm{e}^{-2t}$, $y=C_1\mathrm{e}^{\frac{t}{2}}+C_2\mathrm{e}^{-2t}$. **823.** $x=(C_1+C_2t)\mathrm{e}^t+C_3\mathrm{e}^{-t}$, $y=(-2C_1-C_2-2C_2t)\mathrm{e}^t-4C_3\mathrm{e}^{-t}$. **824.** $x=C_1\mathrm{e}^t+C_2\mathrm{e}^{-t}+C_3\mathrm{e}^{2t}+C_4\mathrm{e}^{-2t}$, $y=C_1\mathrm{e}^t+5C_2\mathrm{e}^{-t}+2C_3\mathrm{e}^{2t}+2C_4\mathrm{e}^{-2t}$. **825.** $x=C_1+C_2\mathrm{e}^t+C_3\cos t+C_4\sin t$, $y=-C_1-C_2\mathrm{e}^t+\left(\frac{3}{5}C_4-\frac{4}{5}C_3\right)\cos t-\left(\frac{3}{5}C_3+\frac{4}{5}C_4\right)\sin t$. **826.** $x=C_1\mathrm{e}^t+C_2\mathrm{e}^{-t}+t\mathrm{e}^t-t^2-2$, $y=C_1\mathrm{e}^t-C_2\mathrm{e}^{-t}+(t-1)\mathrm{e}^t-2t$. **827.** $x=C_1\mathrm{e}^{2t}+C_2\mathrm{e}^{-t}-2\sin t-\cos t$, $y=2C_1\mathrm{e}^{2t}-C_2\mathrm{e}^{-t}+\sin t+3\cos t$. **828.** $x=C_1\mathrm{e}^t+2C_2\mathrm{e}^{4t}+3\mathrm{e}^{5t}$, $y=-C_1\mathrm{e}^t+C_2\mathrm{e}^{4t}+\mathrm{e}^{5t}$. **829.** $x=C_1(\cos 2t-\sin 2t)+C_2(\cos 2t+\sin 2t)$, $y=C_1\cos 2t+C_2\sin 2t+\mathrm{e}^{-2t}$. **830.** $x=C_1\mathrm{e}^{2t}+C_2\mathrm{e}^{3t}+(t+1)\mathrm{e}^{2t}$, $y=-2C_1\mathrm{e}^{2t}-C_2\mathrm{e}^{3t}-2t\mathrm{e}^{2t}$. **831.** $x=(C_1+2C_2t)\mathrm{e}^t-3$, $y=(C_1+C_2+2C_2t)\mathrm{e}^t-2$. **832.** $x=C_1\mathrm{e}^{2t}+3C_2\mathrm{e}^{4t}-\mathrm{e}^{-t}-4\mathrm{e}^{3t}$, $y=C_1\mathrm{e}^{2t}+C_2\mathrm{e}^{4t}-2\mathrm{e}^{-t}-2\mathrm{e}^{3t}$. **833.** $x=C_1\mathrm{e}^t\cos t+C_2\mathrm{e}^t\sin t+\mathrm{e}^t+t+1$, $y=C_1\mathrm{e}^t(-\cos t-\sin t)+C_2\mathrm{e}^t(\cos t-\sin t)-2\mathrm{e}^t-2t-1$. **834.** $x=C_1\mathrm{e}^{-t}+2C_2\mathrm{e}^{2t}-\cos t+3\sin t$, $y=-C_1\mathrm{e}^{-t}+C_2\mathrm{e}^{2t}+2\cos t-\sin t$. **835.** $x=4C_1\mathrm{e}^t+C_2\mathrm{e}^{-2t}-4t\mathrm{e}^t$, $y=C_1\mathrm{e}^t+C_2\mathrm{e}^{-2t}-(t-1)\mathrm{e}^t$. **836.** $x=C_1\mathrm{e}^{3t}+3t^2+2t+C_2$, $y=-C_1\mathrm{e}^{3t}+6t^2-2t+2C_2-2$. **837.** $x=2C_1\mathrm{e}^{2t}+C_2\mathrm{e}^{-3t}-(12t+13)\mathrm{e}^t$, $y=C_1\mathrm{e}^{2t}-2C_2\mathrm{e}^{-3t}-(8t+6)\mathrm{e}^t$. **838.** $x=2C_1\mathrm{e}^{8t}-2C_2-6t+1$, $y=3C_1\mathrm{e}^{8t}+C_2+3t$. **839.** $x=3C_1\mathrm{e}^t+C_2\mathrm{e}^{-t}+3\sin t$, $y=C_1\mathrm{e}^t+C_2\mathrm{e}^{-t}-\cos t+2\sin t$. **840.** $x=C_1\cos t+C_2\sin t+t\sin t-t\cos t$, $y=C_1(\sin t+\cos t)+C_2(\sin t-\cos t)-2t\cos t+\sin t+\cos t$. **841.** $x=(C_1+C_2t-t^2)\mathrm{e}^t$, $y=[C_1-C_2+t(C_2+2)-t^2]\mathrm{e}^t$. **842.** $x=C_1\mathrm{e}^t+3C_2\mathrm{e}^{2t}+\cos t-2\sin t$, $y=C_1\mathrm{e}^t+2C_2\mathrm{e}^{2t}+2\cos t-2\sin t$. **843.** $x=C_1\mathrm{e}^t+C_2\mathrm{e}^{3t}+t\mathrm{e}^t-\mathrm{e}^{4t}$, $y=-C_1\mathrm{e}^t+C_2\mathrm{e}^{3t}-(t+1)\mathrm{e}^t-2\mathrm{e}^{4t}$. **844.** $x=C_1\cos 2t-C_2\sin 2t+2t+2$, $y=(C_1+2C_2)\cos 2t+(2C_1-C_2)\sin 2t+10t$. **845.** $x=C_1\mathrm{e}^t+C_2\mathrm{e}^{3t}+\mathrm{e}^t(2\cos t-\sin t)$, $y=C_1\mathrm{e}^t-C_2\mathrm{e}^{3t}+\mathrm{e}^t(3\cos t+\sin t)$. **846.** $x=C_1\cos t+C_2\sin t+\operatorname{tg} t$, $y=-C_1\sin t+C_2\cos t+2$. **847.** $x=C_1\mathrm{e}^t+2C_2\mathrm{e}^{2t}-\mathrm{e}^t\ln(\mathrm{e}^{2t}+1)+2\mathrm{e}^{2t}\operatorname{arctg}\mathrm{e}^t$, $y=C_1\mathrm{e}^t+3C_2\mathrm{e}^{2t}-\mathrm{e}^t\ln(\mathrm{e}^{2t}+1)+3\mathrm{e}^{2t}\operatorname{arctg}\mathrm{e}^t$. **848.** $x=C_1+2C_2\mathrm{e}^{-t}+2\mathrm{e}^{-t}\ln|\mathrm{e}^t-1|$, $y=-2C_1-3C_2\mathrm{e}^{-t}-3\mathrm{e}^{-t}\ln|\mathrm{e}^t-1|$. **849.** $x=C_1\cos t+C_2\sin t+t(\cos t+\sin t)+(\cos t-\sin t)\ln|\cos t|$, $y=(C_1-C_2)\cos t+(C_1+C_2)\sin t+2\cos t\ln|\cos t|+2t\sin t$. **850.** $x=(C_1+2C_2t-8t^{5/2})\mathrm{e}^t$, $y=(C_1+2C_2t-C_2-8t^{5/2}+10t^{3/2})\mathrm{e}^t$. **851.** $x=C_1\mathrm{e}^{3t}\binom{1}{0}+C_2\mathrm{e}^{3t}\binom{0}{1}$. **852.** $x=C_1\mathrm{e}^{2t}\binom{1}{1}+C_2\mathrm{e}^{-t}\binom{1}{-2}$. **853.** $x=C_1\mathrm{e}^{-t}\binom{1}{1}+C_2\mathrm{e}^{-t}\binom{2t}{2t-1}$.

854. $x = C_1\mathrm{e}^t\binom{\cos 2t}{\cos 2t+\sin 2t} + C_2\mathrm{e}^t\binom{\sin 2t}{\sin 2t-\cos 2t}$. **855.** $x = C_1\mathrm{e}^t\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} + C_2\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} + C_3\mathrm{e}^{-t}\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$. **856.** $x = C_1\mathrm{e}^{2t}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} + C_2\mathrm{e}^t\begin{pmatrix}1\\-1\\-1\end{pmatrix} + C_3\mathrm{e}^{-t}\begin{pmatrix}1\\-1\\-2\end{pmatrix}$. **857.** $x = C_1\mathrm{e}^t\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} + C_2\begin{pmatrix}2\cos t\\2\cos t\\3\cos t-\sin t\end{pmatrix} + C_3\begin{pmatrix}2\sin t\\2\sin t\\3\sin t+\cos t\end{pmatrix}$. **858.** $x = C_1\mathrm{e}^{-2t}\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}+C_2\mathrm{e}^{-t}\begin{pmatrix}\cos 2t\\-\sin 2t\\\cos 2t\end{pmatrix}+C_3\mathrm{e}^{-t}\begin{pmatrix}\sin 2t\\\cos 2t\\\sin 2t\end{pmatrix}$. **859.** $x = C_1\mathrm{e}^{-t}\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}+C_2\mathrm{e}^t\begin{pmatrix}\cos t-\sin t\\\cos t\\\sin t\end{pmatrix} + C_3\mathrm{e}^t\begin{pmatrix}\cos t+\sin t\\\sin t\\-\cos t\end{pmatrix}$. **860.** $x = C_1\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix} + C_2\mathrm{e}^t\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix} + C_3\mathrm{e}^t\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$. **861.** $x = C_1\mathrm{e}^{3t}\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix} + C_2\mathrm{e}^{-t}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix} + C_3\mathrm{e}^{-t}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$. **862.** $x = C_1\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix} + C_2\mathrm{e}^t\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix} + C_3\mathrm{e}^t\begin{pmatrix}1\\t+1\\-t\end{pmatrix}$. **863.** $x = C_1\mathrm{e}^{-t}\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix} + C_2\mathrm{e}^t\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} + C_3\mathrm{e}^t\begin{pmatrix}2t\\2t\\2t+1\end{pmatrix}$. **864.** $x = C_1\mathrm{e}^{-t}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}+C_2\mathrm{e}^{-t}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}+C_3\mathrm{e}^{-t}\begin{pmatrix}t+1\\t\\2t\end{pmatrix}$. **865.** $x = C_1\mathrm{e}^{2t}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}+C_2\mathrm{e}^{2t}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}+C_3\mathrm{e}^{2t}\begin{pmatrix}2t+1\\t\\3t\end{pmatrix}$. **866.** $x = C_1\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}+C_2\begin{pmatrix}t\\t-1\\2t-1\end{pmatrix} + C_3\begin{pmatrix}t^2\\t^2-2t+2\\2t^2-2t\end{pmatrix}$. **867.** $\begin{pmatrix}\mathrm{e}^3 & 0\\0 & \mathrm{e}^{-2}\end{pmatrix}$. **868.** $\begin{pmatrix}\cos 1 & \sin 1\\-\sin 1 & \cos 1\end{pmatrix}$. **869.** $\begin{pmatrix}\mathrm{e}^2 & \mathrm{e}^2\\0 & \mathrm{e}^2\end{pmatrix}$.
870. $\begin{pmatrix}2\mathrm{e}^2-\mathrm{e} & \mathrm{e}-\mathrm{e}^2\\2\mathrm{e}^2-2\mathrm{e} & 2\mathrm{e}-\mathrm{e}^2\end{pmatrix}$. **871.** $\begin{pmatrix}-1 & -4\\1 & 3\end{pmatrix}$. **872.** $\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\0&0&\mathrm{e}^2\end{pmatrix}$. **873.** $\begin{pmatrix}\mathrm{e}^2&\mathrm{e}^2&\frac{\mathrm{e}^2}{2}\\0&\mathrm{e}^2&\mathrm{e}^2\\0&0&\mathrm{e}^2\end{pmatrix}$.
874. e^2. **875.** e^{-1}. **876.** $x = d\cos at$, $y = \frac{v}{a}\sin at$; эллипс $\left(\frac{x}{d}\right)^2 + \left(\frac{ay}{v}\right)^2 = 1$. **877.** $x = C_1\sin\left(\frac{at}{\sqrt{6}}+C_2\right)$, $y = \frac{3}{2}C_1\sin\left(\frac{at}{\sqrt{6}}+C_2\right)$; $x = C_3\sin(at + C_4)$, $y = -C_3\sin(at+C_4)$. **878.** $\frac{1}{2\pi}\sqrt{K\left(\frac{1}{I_1}+\frac{1}{I_2}\right)}$.
879. $I = A\sin(\omega t-\varphi)$, $A = \frac{V}{\sqrt{R^2+\left(\omega L/(1-\omega^2 LC)\right)^2}}$; $\max A = \frac{V}{R}$ при $\omega = 0$ и $\omega = \infty$, $\min A = 0$ при $\omega^2 = \frac{1}{LC}$.
880. $\lambda \neq \frac{2\pi k}{\omega}i$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ **881.** а) неустойчиво; б) устойчиво; в) устойчиво; г) неустойчиво. **882.** Асимптотически устойчиво. **883.** Неустойчиво. **884.** Неустойчиво. **885.** Устойчиво. **886.** Устойчиво. **887.** Неустойчиво. **888.** Устойчиво. **889.** Все решения стремятся к нулю. Нет, нет. **890.** Устойчиво. **891.** Асимптотически устойчиво. **892.** Неустойчиво. **898.** Нет. **899.** Устойчиво. **900.** Неустойчиво. **901.** Неустойчиво. **902.** Устойчиво. **903.** Неустойчиво. **904.** Устойчиво. **905.** Устойчиво. **906.** Неустойчиво. **907.** $-2 < a < -1$. **908.** $a < -1$. **909.** $ab < -3$. **910.** $a < b < -1$. **911.** $0 < a < 2$. **912.** $-b\mathrm{e} < a < -\mathrm{e}$. **913.** Устойчиво. **914.** Неустойчиво. **915.** (0, 0) неустойчиво, (1, 2) устойчиво. **916.** (1, 2) и (2, 1) неустойчивы. **917.** $(2k\pi,\ 0)$ неустойчивы, $((2k+1)\pi,\ 0)$ устойчивы. **918.** (3, 2) неустойчиво, (0, -1) устойчиво. **919.** (2, 1) устойчиво, (-2, 1) неустойчиво. **920.** (1, 1) неустойчиво, (-4, -4) устойчиво. **921.** $(2k\pi,\ 0)$ неустойчивы, $((2k+1)\pi,\ 0)$ устой-

чивы. **922.** $(-1,\ 2k\pi)$ устойчивы, $(-1,\ (2k+1)\pi)$ неустойчивы. **923.** Неустойчиво. **924.** Устойчиво. **925.** Устойчиво. **926.** Неустойчиво. **927.** Устойчиво. **928.** Устойчиво. **929.** Неустойчиво. **930.** Устойчиво. **931.** Устойчиво. **932.** Неустойчиво. **933.** Устойчиво. **934.** Устойчиво. **935.** Неустойчиво. **936.** Устойчиво. **937.** Неустойчиво. **938.** Неустойчиво. **939.** Неустойчиво. **940.** Устойчиво. **941.** Неустойчиво. **942.** Устойчиво. **943.** Неустойчиво. **944.** Неустойчиво. **945.** Устойчиво. **946.** Неустойчиво. **947.** Устойчиво. **948.** Неустойчиво. **949.** $a>0$, $b>0$, $ab>2$. **950.** $3a>b>0$. **951.** $0<a<2$. **952.** Неустойчиво при всех a. **953.** $a>0$, $b>0$, $a+b<1$. **954.** $b>0$, $a>b+1$. **955.** $a>0$, $b>0$, $8a-a^2b>\ >4$. **956.** $a>2$, $b>0$, $2ab-b^2>4$. **957.** $a>0$, $b>0$, $2-\sqrt{3}<\frac{a}{b}<2+\sqrt{3}$. **958.** $0<a<8$, $0<b<8a-a^2$. **959.** а) устойчиво; б) устойчиво; в) неустойчиво; г) неустойчиво; д) неустойчиво; е) устойчиво. **960.** $-4<ab<0$ и $a=b=$ $=0$. **961.** Седло. **962.** Узел. **963.** Фокус. **964.** Узел. **965.** Седло. **966.** Центр. **967.** Вырожденный узел. **968.** Узел. **969.** Особый узел. **970.** Фокус. **971.** Узел. **972.** Вырожденный узел. **973.** Фокус. **974.** Седло. **975.** Центр. **976.** Вырожденный узел. **977** и **978.** Особые точки заполняют прямую линию. **979.** $(-2,\ -1)$ — узел. **980.** $(1,\ -2)$ — фокус. **981.** $(4,\ 2)$ узел, $(-2,\ -1)$ фокус. **982.** $(1,\ 0)$ особый узел, $(-1,\ 0)$ седло. **983.** $(1,\ 1)$ фокус, $(-1,\ -1)$ седло. **984.** $(0,\ -1)$ вырожденный узел, $(2,\ -3)$ седло. **985.** $(2,\ 4)$ узел, $(-1,\ 1)$ седло. **986.** $(1,\ 1)$ фокус, $(-1,\ -1)$ седло. **987.** $(2,\ 1)$ узел, $(1,\ 2)$ седло, $(-1,\ -2)$ фокус. **988.** $(1,\ -1)$ фокус, $(0,\ -2)$ седло, $(-2,\ 2)$ узел. **989.** $(-2,\ 4)$ узел, $(1,\ 1)$ фокус, $(2,\ 4)$ и $(-1,\ 1)$ седла. **990.** $(-2,\ 2)$ вырожденный узел, $(1,\ -1)$ фокус, $(2,\ 2)$ и $(-1,\ -1)$ седла. **991.** $(3,\ 0)$ фокус, $(1,\ 1)$ узел, $(-1,\ 1)$ и $(-3,\ 0)$ седла. **992.** $(0,\ 1)$ и $(0,\ -1)$ седла, $(-1,\ 0)$ фокус, $(3,\ 2)$ узел. **993.** В области $y>0$ интегральные кривые расположены как у седла, в области $y<0$ — как у узла. **994.** Через $(0,\ 0)$ проходит одна кривая, имеющая там точку возврата первого рода. Остальные кривые не заходят в особую точку. **995.** Из области $y<0$ все интегральные кривые обоими концами входят в особую точку, а из области $y>0$ не входит ни одна. **996.** Две интегральные кривые проходят через особую точку, касаясь друг друга. Остальные кривые расположены, как у седла. **997.** Из области $y>0$ кривые не входят в особую точку. В области $y<0$, $x<0$ расположение кривых напоминает вырожденный узел, а в области $y<0$, $x>0$ — седло. **1021.** $(0,\ 1)$ седло, $(0,\ -1)$ фокус. **1022.** $(1,\ 2)$ седло, $(-1,\ 2)$ узел. **1023.** $(1,\ 0)$ седло, $(0,\ 2)$ вырожденный узел. **1024.** $(0,\ 1)$ центр, $(0,\ -1)$ седло. **1025.** $(2,\ 2)$ узел, $(0,\ -2)$ седло, $(-1,\ -1)$ фокус. **1026.** $(2,\ 2)$ седло, $(4,\ 1)$ и $(-2,\ -2)$ фокусы. **1027.** $(1,\ 0)$ и $(-1,\ 0)$ седла, $(0,\ 1)$

и (0, −1) центры. **1028.** (1, 1) седло, (1, −1) узел, (2, 2) и (−2, 2) фокусы. **1029.** (0, 1) и (0, −1) седла, (1, 0) фокус, (−3, 2) узел. **1030.** (1, −1) и (−1, 1) узлы, (3, 3) и (−3, −3) седла. **1031.** (1, −1) и (−1, 1) седла, (3, 3) и (−3, −3) узлы. **1032.** (0, 0) фокус, (7, 1) узел, (0, 8) и (3, −1) седла. **1033.** (0, 0) фокус, (2, 4) узел, (1, 1) и (−1, 1) седла. **1034.** (2, 1) узел, (−1, 2) фокус, (1, 2) и (1, −2) седла. **1035.** $l\ddot{\varphi} + g\sin\varphi = 0$. **1036.** $ml\ddot{\varphi} + kl^2\dot{\varphi}|\dot{\varphi}| + mg\sin\varphi = 0$. **1037.** $\ddot{\varphi} + \sin\varphi = \frac{1}{2}$. **1038.** $m\ddot{x} + f\,\mathrm{sgn}\,\dot{x} + kx = 0$. **1039.** В $(L/l)^3$ раз. **1047.** $f(r_0) = 0$; при возрастании r функция $f(r)$ меняет знак с $+$ на $-$; меняет знак с $-$ на $+$; не меняет знака при переходе через нуль. **1048.** $a < -1/2$; $a > -1/2$. **1053.** $x = \pm b\,\mathrm{cth}\,\frac{\pi a}{2\sqrt{1-a^2}}$. **1054.** $\dot{x} = y$; $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x^2 + y^2) = -2yF(y) < 0$ при $y \neq 0$. **1056.** Меньше, чем на 0,03. **1057.** Меньше, чем на $0{,}05(\mathrm{e}^{2T} - 1)$. **1058.** Ошибка меньше 0,081. **1059.** $|\tilde{y} - y| < 0{,}016$. **1060.** $|\tilde{x} - x| + |\tilde{y} - y| < 0{,}0012$. **1061.** $|\tilde{y} - y| < 0{,}002$. **1062.** $|\tilde{y} - y| < 0{,}015$. **1063.** $|\tilde{y} - y| < 0{,}034$. **1064.** $\mathrm{e}^{2x} - x - 1$. **1065.** $\frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} + x + 1$. **1066.** e^{x-2}. **1067.** $t(\mathrm{e}^{-1} - \mathrm{e}^{-t})$. **1068.** $\frac{1-t-\ln(1-t)}{(1-t)^2}$. **1069.** t^8. **1070.** $t^2\ln t + 2t^2 - 2t$. **1071.** $-\mathrm{e}^{2t} - 2\mathrm{e}^{-t} - 3\mathrm{e}^{-2t}$. **1072.** $-\frac{\mathrm{e}^{2t}}{72} - \frac{\mathrm{e}^{-2t}}{4} + \left(\frac{5}{36} - \frac{t}{3}\right)\mathrm{e}^{-t} + \frac{1}{8}$. **1073.** $\frac{t^2}{3} - \frac{1}{3t}$. **1074.** $y = \frac{1}{x} + \mu\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) + \mu^2\left(-\frac{x^5}{7} + \frac{2x}{3} - \frac{32}{21x^2} + \frac{1}{x^3}\right) + O(\mu^3)$. **1075.** $y = 2\sqrt{x} + 2\mu(x^{-1/2} - x^2) + \mu^2\left(\frac{1}{4}x^{7/2} - \frac{4}{3}x + \frac{25}{12}x^{-1/2} - x^{-3/2}\right) + O(\mu^3)$. **1076.** $y = 1 + \mu(x^2 - x) + \frac{\mu^2 x(1-x)^3}{6} + O(\mu^3)$. **1077.** $y = \frac{1}{x} + 3\mu + \mu^2\left(\frac{3}{x^2} - 3x\right) + O(\mu^3)$. **1078.** $y = x - \mu(x+1) + (\mu^2/2)(\mathrm{e}^x - x^2 - 2x - 1) + O(\mu^3)$. **1079.** $x = \sin t + \mu\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{2}\cos 2t\right) + \mu^2\left(\frac{1}{2}\sin t - \frac{1}{6}\sin 3t\right) + O(\mu^3)$. **1080.** $x = \cos 2t + \mu\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{22}\cos 4t\right) + \mu^2\left(\frac{17}{110}\cos 2t + \frac{1}{682}\cos 6t\right) + O(\mu^3)$. **1081.** $x = \mu\cos t + \mu^3\left(-\frac{3}{8}\cos t + \frac{1}{24}\cos 3t\right) + O(\mu^5)$. **1082.** $x_1 = 1 + \mu\sin t - \frac{\mu^2}{4}(1 + \cos 2t) + O(\mu^3)$, $x_2 = -1 - \frac{\mu}{3}\sin t + \frac{\mu^2}{36}\left(1 - \frac{1}{3}\cos 2t\right) + O(\mu^3)$. **1083.** $x_1 = -\frac{\mu}{3}\sin 2t + \frac{\mu^3}{648}\left(\sin 2t - \frac{1}{35}\sin 6t\right) + O(\mu^5)$, $x_2 = \pi - \frac{\mu}{5}\sin 2t - \frac{\mu^3}{1000}\left(\frac{1}{5}\sin 2t - \frac{1}{111}\sin 6t\right) + O(\mu^5)$. **1084.** $x = \frac{1}{8}\sin t + \frac{1}{3}\sin 2t - \frac{1}{8}\sin 3t + O(\mu)$. **1085.** $x = 2\mu^{\frac{1}{3}}\sin t - \mu\left(\frac{1}{12}\sin t + \frac{1}{4}\sin 3t\right) + O\left(\mu^{\frac{5}{3}}\right)$. **1086.** $x = C\cos\tau + C^2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\cos\tau - \frac{1}{6}\cos 2\tau\right) + O(C^3)$, $\tau = t\left(1 - \frac{5}{12}C^2 + O(C^3)\right) + C_2$. **1087.** $x = C\cos\tau + \frac{C^3}{32}(\cos 3\tau - \cos\tau) + O(C^5)$, $\tau = t\left(1 + \frac{3}{8}C^2 + O(C^4)\right) + C_2$. **1088.** $x = C\cos\tau + \frac{C^3}{192}(\cos\tau - \cos 3\tau) + O(C^5)$, $\tau = t\left(1 - \frac{C^2}{16} + O(C^4)\right) + C_2$. **1089.** $x = 2\cos\tau + \frac{3}{4}\mu\sin\tau - \frac{\mu}{4}\sin 3\tau + O(\mu^2)$, $\tau = t\left(1 - \frac{\mu^2}{16} + O(\mu^4)\right) + C$. **1090.** $x = \frac{2}{\sqrt{3}}\cos\tau + \frac{\mu}{12\sqrt{3}}\sin 3\tau + O(\mu^2)$, $\tau = \left(1 - \frac{\mu^2}{16} + O(\mu^3)\right)t + C$.

1091. $y = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{2x^3}{3} + \frac{7x^4}{12} + \ldots$ **1092.** $y = 1 + x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{3} + \ldots$ **1093.** $y = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{6} + \ldots$ **1094.** $y = x + x^2 - \frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{4} - \ldots$ **1095.** $y = 1 + 2(x-1) + 4(x-1)^2 + \frac{25}{3}(x-1)^3 + \frac{81}{4}(x-1)^4 + \ldots$ **1096.** $y = 1 + 2x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{3} - \ldots$ **1097.** $y = 4 - 2x + 2x^2 - 2x^3 + \frac{19}{6}x^4 + \ldots$ **1098.** $R > 0{,}73$. **1099.** Ошибка меньше 0,00024. **1100.** $y_1 = 1 + \frac{x^4}{3\cdot 4} + \frac{x^8}{3\cdot 4\cdot 7\cdot 8} + \ldots$, $y_2 = x + \frac{x^5}{4\cdot 5} + \frac{x^9}{4\cdot 5\cdot 8\cdot 9} + \ldots$ **1101.** $y_1 = 1 + \frac{x^2}{1} + \frac{x^4}{1\cdot 3} + \frac{x^6}{1\cdot 3\cdot 5} + \ldots$, $y_2 = x + \frac{x^3}{2} + \frac{x^5}{2\cdot 4} + \frac{x^7}{2\cdot 4\cdot 6} + \ldots = x\,\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}$. **1102.** $y_1 = 1 + x^2 + x^4 + \ldots = \frac{1}{1-x^2}$, $y_2 = x + x^3 + x^5 + \ldots = \frac{x}{1-x^2}$. **1103.** $y_1 = 1 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{3\cdot 5}{2\cdot 4}x^4 - \ldots = (1+x^2)^{-\frac{3}{2}}$, $y_2 = x - \frac{4}{3}x^3 + \frac{4\cdot 6}{3\cdot 5}x^5 - \ldots$ **1104.** $y_1 = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{2} - \frac{11x^4}{24} - \ldots$, $y_2 = x + x^2 + \frac{5x^3}{6} + \frac{3x^4}{4} + \ldots$ **1105.** $y_1 = 1 + x - x^3 - x^4 + x^6 + x^7 - \ldots = \frac{1}{1-x+x^2}$, $y_2 = xy_1$. **1106.** $y_1 = 1 - \frac{x^3}{6} - \frac{x^5}{40} + \ldots$, $y_2 = x + \frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{12} + \ldots$ **1107.** $y_1 = 1 - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + \ldots$, $y_2 = x - \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{180} + \ldots$ **1108.** $y_1 = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{12} + \frac{5x^4}{72} + \ldots$, $y_2 = x + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \ldots$ **1109.** $y_1 = 1 - \frac{x^3}{6} + \ldots$, $y_2 = x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{12} + \ldots$, $y_3 = x^2 + \frac{x^4}{4} - \ldots$ **1110.** $y_1 = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \ldots = \frac{\sin x}{x}$, $y_2 = \frac{1}{x} - \frac{x}{2!} + \frac{x^3}{4!} - \ldots = \frac{\cos x}{x}$. **1111.** $y_1 = \frac{1}{x} + 1 + \frac{x}{2!} + \frac{x^2}{3!} + \ldots = \frac{\mathrm{e}^x}{x}$, $y_2 = |x|^{1/2}\left(1 + \frac{2x}{5} + \frac{(2x)^2}{5\cdot 7} + \frac{(2x)^3}{5\cdot 7\cdot 9} + \ldots\right)$. **1112.** $y_1 = x^{1/3}\left(1 + \frac{x^2}{5\cdot 6} + \frac{x^4}{5\cdot 6\cdot 11\cdot 12} + \ldots\right)$, $y_2 = x^{2/3}\left(1 + \frac{x^2}{6\cdot 7} + \frac{x^4}{6\cdot 7\cdot 12\cdot 13} + \ldots\right)$. **1113.** $y_1 = \frac{1}{x} + 1 + \frac{x}{2}$, $y_2 = x^2 + \frac{x^3}{4} + \frac{x^4}{4\cdot 5} + \frac{x^5}{4\cdot 5\cdot 6} + \ldots = 6\left(\frac{\mathrm{e}^x - 1}{x} - 1 - \frac{x}{2}\right)$. **1114.** $y_1 = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{2} + \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{40} + \frac{7x^4}{720} + \ldots$, $y_2 = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{5} + \frac{x^4}{20} + \ldots$ **1115.** $y_1 = x + x^2 + \frac{x^3}{2!} + \frac{x^4}{3!} + \ldots = x\mathrm{e}^x$. **1116.** $y_1 = 1 + \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^2\cdot 4^2} + \frac{x^6}{2^2\cdot 4^2\cdot 6^2} + \ldots$ **1117.** $y_2 = \left(1 + \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^2\cdot 4^2} + \ldots\right)\ln|x| - \frac{x^2}{4} - \frac{3x^4}{128} - \ldots$ **1118.** y_1 и y_2 — обобщенные степенные ряды с иррациональными показателями. **1119.** y_1 и y_2 — ряды с комплексными показателями. **1120.** Решений в виде обобщенных степенных рядов нет, так как получаемый ряд $y = 1 + 1!x + 2!x^2 + 3!x^3 + \ldots$ имеет нулевой радиус сходимости.

1121. $y = -\frac{\pi}{6} + \frac{1}{\pi}\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(2k-1)x}{(2k-1)^2(k^2-k+1)}$.

1122. $y = \frac{2}{\pi} + \frac{4}{\pi}\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{1}{16k^4-4k^2+1}\left(\cos 2kx - \frac{2k}{4k^2-1}\sin 2kx\right)$.

1123. $y = \sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{(k^3+k)\cos kx - \sin kx}{2^k[(k^3+k)^2+1]}$.

1124. $y = -\frac{1}{6\pi^2} + \frac{1}{\pi^4}\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{\cos 2k\pi x}{k^2(4k^2+1)}$.

1125. $y = \sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{\sin 2kx}{k^2(9-4k^2)} + C_1\cos 3x + C_2\sin 3x$. **1136.** $1 \leqslant y \leqslant \sqrt{3}$. **1137.** $1 + x^2 < y < 1 + x^2 + \operatorname{arctg} x$. **1141.** $y = C_2 e^{C_1x^2}$, $z = \frac{1}{2C_1C_2} e^{-C_1x^2}$. **1142.** $y = C_2 e^{C_1x}$, $z = x + \frac{C_2}{C_1} e^{C_1x}$; $y = 0$, $z = x + C$. **1143.** $y = \frac{x+C_1}{x+C_2}$, $z = \frac{(C_2-C_1)x}{(x+C_2)^2}$. **1144.** $y = C_2 e^{C_1x^2}$, $z = \frac{2C_1}{C_2} x e^{-C_1x^2}$; $y = 0$. $z = Cx$. **1145.** $y = -\frac{1}{C_1} + \frac{C_1}{2}(x + C_2) - \frac{C_1}{4}(x + C_2)^2$, $z = \frac{C_1}{4}(x + C_2)^2 + \frac{1}{C_1}$. **1146.** $y = C_1 z$, $x = 2y - z + C_2$. **1147.** $x^2 - y^2 = C_1$, $x + y = C_2 z$. **1148.** $x - y = C_1(y - z)$, $(x + y + z)(x - y)^2 = C_2$. **1149.** $x + z = C_1$, $(x + y + z)(y - 3x - z) = C_2$. **1150.** $x^2 - z^2 = C_1$, $y^2 - u^2 = C_2$, $(x + z) = C_3(u + y)$. **1151.** $x + z = C_1$, $y + u = C_2$, $(x - z)^2 + (y - u)^2 = C_3$. **1152.** $x^2 - 2y = C_1$, $6xy - 2x^3 - 3z^2 = C_2$. **1153.** $y^2 + z^2 = C_1$, $x - yz = C_2$. **1154.** $x = C_1 y$, $xy - z = C_2 x$. **1155.** $x = C_1 y$, $xy - 2\sqrt{z^2+1} = C_2$. **1156.** $y = C_1 z$, $x - y^2 - z^2 = C_2 z$. **1157.** $y^2 + z^2 = C_1$, $x(y - z) = C_2$. **1158.** $xz = C_1$, $xy + z^2 = C_2$. **1159.** $x + z - y = C_1$, $\ln|x| + \frac{z}{y} = C_2$. **1160.** $x^2 + y^2 + z^2 = C_1$, $yz = C_2 x$. **1161.** 1) да; 2) нет. **1162.** 1) нет; 2) да. **1163.** Да. **1164.** Зависимы. **1167.** $z = f(x^2 + y^2)$. **1168.** $z = f(xy + y^2)$. **1169.** $u = f(y/x, z/x)$. **1170.** $u = f\left(\frac{(x-y)}{z}, \frac{(x+y+2z)^2}{z}\right)$ **1171.** $F(x^2 - y^2, x - y + z) = 0$. **1172.** $F\left(e^{-x} - y^{-1}, z + \frac{x - \ln|y|}{e^{-x} - y^{-1}}\right) = 0$. **1173.** $F(x^2 - 4z, (x + y)^2/x) = 0$. **1174.** $F(x^2 + y^2, z/x) = 0$. **1175.** $F\left(\frac{x^2}{y}, xy - \frac{3z}{x}\right) = 0$. **1176.** $F\left(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{z}, \frac{1}{x-y} + \frac{1}{z}\right) = 0$. **1177.** $F\left(x^2 + y^4, y(z + \sqrt{z^2+1})\right) = 0$. **1178.** $F\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}, \ln|xy| - \frac{z^2}{2}\right) = 0$. **1179.** $F\left(x^2 + y^2, \operatorname{arctg}(x/y) + (z + 1)e^{-z}\right) = 0$.
1180. $F\left(z^2 - y^2, x^2 + (y - z)^2\right) = 0$. **1181.** $F\left(\frac{z}{x}, 2x - 4z - y^2\right) = 0$. **1182.** $F\left(z - \ln|x|, 2x(z - 1) - y^2\right) = 0$. **1183.** $F(\operatorname{tg} z + \operatorname{ctg} x, 2y - \operatorname{tg}^2 z) = 0$. **1184.** $F\left(\frac{(x+y+z)}{(x-y)^2}, (x - y)(x + y - 2z)\right) = 0$.
1185. $F((x - y)(z + 1), (x + y)(z - 1)) = 0$.
1186. $F\left(u(x - y), u(y - z), (x + y + z)/u^2\right) = 0$.
1187. $F(x/y, xy - 2u, (z + u - xy)/x) = 0$.
1188. $F\left((x - y)/z, (2u + x + y)z, (u - x - y)/z^2\right) = 0$. **1189.** $z = 2xy$. **1190.** $z = ye^x - e^{2x} + 1$. **1191.** $z = y^2 e^{2\sqrt{x}-2}$. **1192.** $u = (1 - x + y)(2 - 2x + z)$. **1193.** $u = (xy - 2z)\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)$. **1194.** $y^2 - x^2 - \ln\sqrt{y^2 - x^2} = z - \ln|y|$. **1195.** $2x^2(y + 1) = y^2 + 4z - 1$. **1196.** $(x + 2y)^2 = 2x(z + xy)$. **1197.** $\sqrt{z/y^3}\sin x = \sin\sqrt{z/y}$. **1198.** $2xy + 1 = x + 3y + z^{-1}$. **1199.** $x - 2y = x^2 + y^2 + z$. **1200.** $2x^2 - y^2 - z^2 = a^2$. **1201.** $[(y^2z - 2)^2 - x^2 + z]y^2z = 1$. **1202.** $x^2 + z^2 = 5(xz - y)$. **1203.** $3(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2$. **1204.** $xz = (xz - y - x +$

$+ 2z)^2$. **1205.** $(1+yz)^3 = 3yz(1+yz-x)+y^3$. **1206.** $x+y+z = 0$. **1207.** $2(x^3-4z^3-3yz)^2 = 9(y+z^2)^3$. **1208.** $(x-y)(3x+y+4z) = 4z$. **1209.** $xz+y^2 = 0$. **1210.** $z = xy + f(y/x)$, где f — произвольная дифференцируемая функция, для которой $f(1) = 0$. **1211.** $F(x^2-y^2,\ 2x^2+z^2) = 0$. **1212.** $2y^2+z^2 = z(x^2+y^2+z^2)$. **1213.** $F(bx-ay,\ cx-az) = 0$. **1214.** $x^2+3y^2+z^2+3xy+xz+3yz = 1$. **1215.** $F((y-b)/(x-a),\ (z-c)/(x-a)) = 0$. **1216.** $F(x^2/y,\ z/y) = 0$. **1217.** $z = Cxy^2$. **1218.** Решений нет. **1219.** $z = 0$. **1220.** Решений нет. **1221.** $x^3y^2z = C$. **1222.** $z = y^2 - xy$. **1223.** $x^2yz = C - x^3$; $x = 0$.

ОТВЕТЫ К ДОБАВЛЕНИЮ

9. $y' = u$, $u' = v$, $v' = y\,\mathrm{e}^{-x}(2u - x)$; $y_0 = 1$, $u_0 = 1$, $v_0 = 0$; $y_1 = 1 + x$, $u_1 = 1$, $v_1 = 1 + (x-1)\,\mathrm{e}^{-x}$. **10.** $y_0 = 1$, $y_1 = 1 + t + t^2$, $y_2 = 1 + t + 2t^2 + t^3 + t^4/2 + t^5/5$. **11.** а) $y_0 = 0$, $y_1 = \frac{x^2-1}{2}$, $y_2 = \frac{x}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{20} - \frac{19}{30}$; б) например, $|x-1| \leqslant \frac{1}{3}$. **12.** При $x \leqslant 0$ $y = -x$, при $x > 0$ решение не существует. **13.** б) При $a \leqslant -1$ и $a = 0$. **14.** а) При $\alpha \neq 0$, $\alpha \neq 1$ требуется $a \neq -1, \pm 3, (k+1/2)\pi$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$); при $\alpha = 1$ требуется $a \neq -1, \pm 3$; при $\alpha = 0$ уравнение не дифференциальное; б) $-3 < t < -\pi/2$. **15.** $y_0 = y_1 = y_2 = \ldots = 4$, $\lim\limits_{k\to\infty} y_k = 4$. **16.** $y(x_0) = y_0$, $y'(x_0) = y_1$, $y''(x_0) = y_2$, где $x_0 \neq k\pi/2$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$), $y_0 > 0$, y_1 и y_2 любые. **17.** Начальные условия $y_1(0) = 1$, $y_1'(0) = 1$ и $y_2(0) = 1$, $y_2'(0) = \sqrt{2}$ различны. **18.** $n \neq 1$. **19.** $n \geqslant 5$. **20.** $n \geqslant 3$. **21.** $n \geqslant 4$. **22.** $n \geqslant 4$. **23.** $a \neq 0, \pm 2$ бесконечно много решений, $a = 2$ и $a = 0$ одно решение, $a = -2$ нет решений. **24.** $a \neq 0, \pm 1$ бесконечно много решений, $a = 0$ и $a = -1$ одно решение, $a = 1$ нет решений. **25.** $n \geqslant 3$ бесконечно много решений, $n = 2$ одно решение, при $n = 1$ для $a = \pm 1$ одно решение, для $a \neq \pm 1$ нет решений. **26.** $n \geqslant 3$ бесконечно много решений, $n = 2$ одно решение, при $n = 1$ для $a = 1$ и $a = -2$ одно решение, для $a \neq 1$, $a \neq -2$ нет решений. **27.** При $a \leqslant -4$ нет решений; при $a > -4$ для $n \geqslant 3$ бесконечно много решений, для $n = 2$ одно решение; для $n = 1$ при $a = -3$ одно решение, при $a \neq -3$ нет решений. **28.** Да. **29.** $|x| < \sqrt{2}$. **30.** а) $y = 1\Big/\left(\ln\sqrt{|x^2 - \pi^2|} + C\right)$, $y = 0$; б) $y = 1/\ln\left(\sqrt{\pi^2 - x^2} - 1\right)$, $|x| < \pi$. **32.** Нет. **34.** $|t| < 1$; для $x' = x^2$ ($x \in R^1$), $x(0) = 1$ имеем $x = 1/(1-t)$ ($t < 1$); для $x' = -x^2$, $x(0) = 1$ имеем $x = 1/(1+t)$ ($t > -1$). **40.** б) $\left(\begin{smallmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right)$. **44.** б) $n \geqslant k + 1$. **45.** $m = 2$. **46.** $y_1 = x$, $y_2 = x^2$; $W = x^2$. **47.** а) $-2 \leqslant x \leqslant 1$; б) да; в) $1/4$. **48.** а) $-1 < t < \pi/2$; б) да; в) $-16(t+1)^{-2}$; г) $y = \frac{a+b}{2}\varphi_1(t) + b\varphi_2(t) - \frac{b+c}{2}\varphi_3(t)$. **49.** $a = -5$. **50.** 2. **51.** 4. **52.** $(x^2 - 2x)y'' - 2(x-1)y' + 2y = 0$. **53.** $y = 2 + 5x - 2x^2$. **54.** Да, $y = 3y_1 - 2y_2$. **55.** $y = C_1 x + C_2 x^3 + C_3(x^2 + x\ln|x-1|)$. **57.** $y = x - 2(\mathrm{e}^x - x)/(\mathrm{e} - 1)$. **58.** $y = x + C_1 + C_2(x + x^2)$. **59.** $y = 2 - x^2$. **60.** $(x^2+4)y'' - 2xy' + 2y = 2$. **61.** $y = \frac{C_1}{x} + \frac{C_2}{x-2} + x - 1$. **62.** $y = C_1\mathrm{e}^x + C_2(x+1) +$

$+\, x\,e^x$. **64.** $T = 3\pi/4$. **65.** Нет. **66.** $p = \pi^2$. **67.** $a = 2$. **68.** $x = \left(C_1 + C_2 t + \frac{t^2}{2}\right)e^t + \frac{1}{2}\cos t$. **69.** $x = C_1\cos 2t + C_2\sin 2t + \frac{e^{2t}}{20}(\sin 2t - \cos 2t) - \frac{t}{2}\cos 2t$. **70.** $y = (C_1 + x)\cos x + (C_2 + x^2)\sin x$. **71.** $y = C_1\cos x + C_2\sin x + \left(x + \frac{4}{5}\right)e^{2x} - 2x\cos x$. **72.** $y = (C_1 + C_2 t)\,e^t + C_3 + t^2(at+b)\,e^t + (ct+d)\,e^t\cos t + (ft+g)\,e^t\sin t + ht^2 + kt$. **73.** $y = (C_1 + C_2 x)\,e^{2x} + (ax+b)x^2\,e^{2x} + e^{2x}(c\cos x + d\sin x)$. **74.** $y = C_1\,e^{(1+i)x} + C_2\,e^{-(1+i)x} + ax\,e^{(1+i)x} + b\,e^{(1-i)x}$. **75.** $y = (C_1 + C_2 x)\,e^{ix} + ax^2\,e^{ix} + b\,e^{-ix}$. **76.** $y = C_1\,e^{(1-2i)x} + C_2\,e^{(-1-2i)x} + a\,e^{(1+2i)x} + bx\,e^{(1-2i)x}$. **77.** $y = C_1\,e^{2ix} + C_2\,e^{(\sqrt{3}-i)x} + C_3\,e^{(-\sqrt{3}-i)x} + ax\,e^{2ix} + b\,e^{-2ix}$. **78.** Да. **79.** Нет. **80.** Нет. **81.** $\omega\neq 0,\ \pm 2$. **82.** $c\neq 0$, b любое или $c = 0$, $b = \pm 1$. **83.** а) $\omega\neq 0,\ \pm\sqrt{2}$; б) $y = C + \frac{\sin\omega t}{\omega^5 - 4\omega^3 + 4\omega} = C + \frac{1}{147}\sin 3t$. **84.** $x = \frac{(25-\omega^2)\sin\omega t - \omega\cos\omega t}{(25-\omega^2)^2 + \omega^2}$; $A = \frac{1}{\sqrt{(25-\omega^2)^2+\omega^2}}$. **85.** а) $a = \pm 2$, $a = \pm 6$; б) a нечетное. **86.** а) $a = 2$; б) $a\neq 2$, $a\neq 0$. **87.** $a = 0$, $a = 4$. **88.** $a = 0$, $a = \pm 1$. **89.** $a<0$. **90.** $a\neq\pm 1$, $a\neq\pm 2$. **91.** $a = 0$, $\alpha = 4$, $\beta = 2$. **92.** $a = 1$, $b = 0$, $c = -4$; $\alpha = 0$, $\beta = 2$, $\gamma = 0$. **93.** $x = (C_1 + C_2 t)\,e^{2t} + 3$, $y = (C_1 + C_2 + C_2 t)\,e^{2t} + 1$. **94.** $x = C_1\,e^t(\cos 3t - 2\sin 3t) + C_2\,e^t(2\cos 3t + \sin 3t)$, $y = C_1\,e^t(\cos 3t + \sin 3t) + C_2\,e^t(\sin 3t - \cos 3t)$. **95.** $x = C_1 + [C_2 + C_3(t+1)]\,e^{-t}$, $y = [C_2 + C_3(t-1)]\,e^{-t}$, $z = C_1 + (C_2 + C_3 t)\,e^{-t}$. **96.** Все $\operatorname{Re}\lambda_i = 0$ и в жордановой форме все клетки размера 1. **97.** $n\geqslant 7$. **98.** $\begin{pmatrix} 1 & t & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ e^t - 1 & e^t - 1 - t & e^t \end{pmatrix}$. **100.** $x = 2C + 2\sin t$, $y = C + \sin t$. **101.** $x = -3 - \cos 2t$, $y = -3 - \cos 2t - 2\sin 2t$. **102.** а) $x = C_1\cos t + C_2\sin t - \sin 2t - 2\cos 2t$, $y = C_1(\cos t + \sin t) + C_2(\sin t - \cos t) - 2\sin 2t$. б) $x = -\sin 2t - 2\cos 2t$, $y = -2\sin 2t$. **103.** $a = -2$. **104.** При $a = -2b$. **105.** Тот же ответ, что в задаче 96. **107.** $\begin{pmatrix} 1-2t & -4t \\ t & 1+2t \end{pmatrix}$. **108.** $\begin{pmatrix} e^t(\cos t - 2\sin t) & 5\,e^t\sin t \\ -\,e^t\sin t & e^t(\cos t + 2\sin t) \end{pmatrix}$. **109.** $\begin{pmatrix} \operatorname{ch} t & 0 & \operatorname{sh} t \\ 0 & 1 & 0 \\ \operatorname{sh} t & 0 & \operatorname{ch} t \end{pmatrix}$. **110.** $\begin{pmatrix} e^{2t} & 0 & -t\,e^{2t} \\ 0 & e^{2t} & 0 \\ 0 & 0 & e^{2t} \end{pmatrix}$. **111.** $\begin{pmatrix} 1-3\sqrt{3} \\ 2-\sqrt{3} \end{pmatrix}$. **112.** а) 1; $\lambda_{1,2} = 1$; б) $\begin{pmatrix} 1+2t & -t \\ 4t & 1-2t \end{pmatrix}$. **113.** а) e^{2t}, $\lambda_{1,2} = e^t$; б) $\begin{pmatrix} e^t(1+2t) & 4t\,e^t \\ -t\,e^t & e^t(1-2t) \end{pmatrix}$. **114.** а) 1; $\lambda_{1,2} = \cos t \pm i\sin t$; б) $\begin{pmatrix} \cos t + \sin t & -2\sin t \\ \sin t & \cos t - \sin t \end{pmatrix}$. **115.** $(e^2 - 1)(e - e^{-1})^2$. **116.** Все $\operatorname{Re}\lambda_i<0$. **117.** $e^{A\ln t}$. **118.** Нет, например $A = \begin{pmatrix} 2\pi i & 0 \\ 0 & 2\pi i \end{pmatrix}$. **119.** $A^2 = 0$, жорданова форма может содержать только клетки вида (0) и $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. **120.** Да. **121.** Да. **122.** Да. **124.** Все $|\mu_i|<1$. **125.** $e^{(a+1/2)\pi}$. **126.** $a\neq -1/2$. **131.** Все $\operatorname{Re}\lambda_i\leqslant 0$ и для тех λ_i, у которых $\operatorname{Re}\lambda_i = 0$, клетки в жордановой форме имеют размер 1. **133.** См. ответ задачи 131. **134.** а) $\det A = 0$; б) см. ответ задачи 131. **135.** Да. **136.** Да. **137.** Нет. **138.** При $n = 1$ да, при $n\geqslant 2$ нет, см. рисунок к задаче 889. **139.** $x = 0$ неустойчиво. **140.** $x = 0$ асимптотически устойчиво. **141.** $x = 0$ асимптотически устойчиво, $x = \pi k$ $(k = \pm 1, \pm 2, \ldots)$ неустойчивы. **142.** $x = 0$ асимптотически устойчиво. **143.** $x = 0$ устойчиво. **144.** $x = 0$ устойчиво. **145.** $x = y = 0$ устойчиво. **146.** $(0, 0)$ устойчиво, $(2/3, 0)$ неустойчиво. **147.** (a, a) устойчиво, $(a + 1, a)$ неустойчиво ($a \in R$ любое). **148.** а) $a > 0$; б) $a = 0$; в) $a < 0$. **149.** а) $a < -1$; б) $a = -1$; в) $a > -1$. **150.** а) $a < 0$; б) $a = 0$; в) $a > 0$. **151.** а) $a > 0$; б) $a = 0$; в) $a < 0$. **152.** а) $a < 0$; б) $a = 0$; в) $a > 0$. **153.** а) $a > 2$; б) $a = 2$; в) $a < 2$. **154.** а) $a > 0$; б) $a = 0$; в) $a < 0$. **155.** а) $0 < a < 1$; б) $a = 0$; в) $a < 0$ и $a \geqslant 1$. **156.** а) $a = -1/2$; $x = c$, $y = 2c - 1/2$; б) да. **157.** Да. **158.** а) $a = 0$, $a = 4$; б) для $a = 4$ устойчивы, для $a = 0$ нет. **159.** а) $a = 0$, $a = \pm 1$; б) устойчивы. **160.** а) $a = 0$, $a = 1$; б) для $a = 1$ устойчивы, для $a = 0$ нет. **161.** а) $ad < bc$; б) $ad > bc$, $(a - d)^2 + 4bc > 0$. **162.** $c > 0$, $(a - d)^2 + 4bc < 0$. **163.** $(0, 0)$ узел. **164.** $(0, 0)$ фокус. **165.** $(3, 1)$ вырожденный узел. **166.** $a < 0$. **167.** а) нет; б) нет. **168.** а) фокус; б) $|a - b| < 2$ **169.** а) нет; б) узел; в) $a = -1$. **170.** а) всегда неустойчиво; б) $|a| > 1$ седло, $|a| < 1$ узел. **171.** а) $a < -1$ и $-1 < a < 0$ асимптотически устойчиво, $a \leqslant 0$ устойчиво; б) $a < -1$ и $-1 < a \leqslant -1/2$ узел (при $a = -1/2$ вырожденный); $-1/2 < a < 0$ и $a > 0$ фокус; $a = 0$ центр. **172.** а) $a < -1$ асимптотически устойчиво, $a \leqslant -1$ устойчиво; б) $-1 < a < 0$ седло, $a < -1$ и $a > 8$ узел, $0 < a < 8$ фокус. **173.** а) $a < -1$ и $a > 3$ асимптотически устойчиво, $a \leqslant -1$ и $a \geqslant 3$ устойчиво; б) $-1 < a < 3$ седло, $1 - \sqrt{5} < a < -1$ и $3 < a < 1 + \sqrt{5}$ узел, $a < 1 - \sqrt{5}$ и $a > 1 + \sqrt{5}$ фокус. **174.** $xy = C(x^2 + y^2)^2$. **175.** Все решения определены при $-\infty < t < \infty$. **176.** Нет. **177.** а) $(0, 0)$, $(\pm 1, 0)$; б) $a < 0$; в) нет. **178.** а) $y = \pm 2x\sqrt{x - 1}$; в) $x = \cos^{-2} t$. **179.** б) $(0, 0)$ устойчиво, $(\pm 1/\sqrt{2}, 0)$ неустойчивы; в) $k_{1,2} = \pm 2$, $T \sim \pi\sqrt{2}$; г) $(0, 0)$ устойчивый фокус ($0 < a < \sqrt{8}$), устойчивый узел ($a > \sqrt{8}$), $(\pm 1/\sqrt{2}, 0)$ седла. **180.** б) $(0, 0)$ неустойчиво, $(\pm 1, 0)$ устойчивы; в) $k_{1,2} = \pm\sqrt{2}$, $T \sim \pi$; г) $(0, 0)$ седло, $(\pm 1, 0)$ устойчивые фокусы ($0 < a < 4$), устойчивые узлы ($a > 4$). **181.** а) $(0, 0)$ центр, $(1, 0)$ седло; б) траектория $y = -(x - 1)\sqrt{(2x + 1)/3}$, решение $x = \frac{3}{2}(\operatorname{cth} t)^2 - \frac{1}{2}$ ($0 < t < \infty$); в) $|a| < 1/\sqrt{3}$; г) $-1/2 < x < 1$, $3y^2 < 2x^3 - 3x^2 + 1$; д) нет. **182.** б) $(\pm 1, 0)$ неустойчивы; в) нет. **183.** б) $(0, 0)$ неустойчиво, $(\pm 1, 0)$ асимптотически устойчивы; в) нет. **184.** а) $(0, 0)$ и все точки окружности $x^2 + y^2 = 1$; б) в $(0, 0)$ $\dot{x} = y$, $\dot{y} = 0$; в $(1, 0)$ $\dot{u} = 0$, $\dot{v} = 2u$; в $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$ $\dot{u} = -u - v$, $\dot{v} = (u + v)/2$; в) неустойчиво, неустойчиво, устойчиво: г) устойчиво, неустойчиво, устойчиво; е) нет; ж) $x(t_0) = x_0$, $y(t_0) = y_0$, где t_0, x_0, y_0 любые такие, что $x_0^4 + 2y_0^2 < 1$ или $x_0^4 + 2y_0^2 > 2$. **186.** $(2x^2 - 12/\sqrt{x})/5$. **187.** $(2 + e^{-1})x - x\,e^{-x}$. **188.** $(x - 1)\,e^{2x+2} - e^x$. **189.** $3\,e^x - x - 1$. **190.** $1 + t$. **191.** $\operatorname{ch} t$. **192.** $\sin t - t\cos t$. **193.** $2\,e^{2t} - 2 - t - t^2$. **194.** $\partial x/\partial\mu = 6 + 2\operatorname{ch} 2t - 12\operatorname{ch} t$, $\partial y/\partial\mu = 4\operatorname{sh} 2t - 12\operatorname{sh} t$. **197.** e^{x^2+x-2}. **198.** $e^{\sin x}$. **199.** $\partial x/\partial y_0 = \sin t$, $\partial y/\partial y_0 = \cos t + \sin t$.

200. 0. **201.** $y = x^{1/2} + \mu(2x^2 - 3x^{-1/2}) + \mu^2\left(\frac{1}{2}x^{7/2} - 4x + 8x^{-1/2} - \frac{9}{2}x^{-3/2}\right) + O(\mu^3)$. **202.** $x = 1 + \frac{\mu}{2}\sin 2t + \mu^2\left(\frac{1}{4}\cos 2t - \frac{1}{16}\cos 4t - \frac{3}{16}\right) + O(\mu^3)$. **208.** $z^2 = 2xy - \frac{2}{3}x^3 + f(x^2 - 2y)$. **209.** $xz - y^2 = 1$. **210.** $(z - x^2)^2 + x(z - x^2) = y$. **211.** $z(\mathrm{e}^{-x} + 2x - 2) = y^2$. **212.** $\left(\frac{x}{3y}\right)^6 + \frac{x}{3y} - \frac{x^3}{3} - y + \frac{z^2}{2} = 0$. **213.** $(x^2 - y^2)\ln\frac{x^2-y^2}{3} = y^2 + 2(x^2 - y^2)\ln|y| - 2\ln|z|$. **214.** $(2x + 1)z = x(2x + 1)^2/2 + 2xy$. **215.** $z = (\ln|x - y| + 1)(x + y)$. **216.** $(k - 2)z = 5(kx - y)$ $(k \neq 2)$. **217.** а) $z = 2x - 2 + (y - 3x + 3)^2$; б) $z = 2x + f(y - 3x)$, $f \in C^1$ произвольная функция с $f(0) = 0$. **218.** При $a \neq 0$, $a \neq -1$, $z = (2x + (4 - 2a)y)/a$; при $a = -1$ $z = x + f(x + 2y)$, $f \in C^1$ произвольная функция с $f(0) = 0$; при $a = 0$ решений нет. **219.** а) решений нет; б) единственное решение $z = -1 + \sqrt{2x^2 + 2y^2 - 1}$. **220.** а) нет; б) да. **221.** $\varphi(x) \equiv \varphi(-x)$.