Akademia Górniczo-Hutnicza
im. Stanisława Staszica w Krakowie

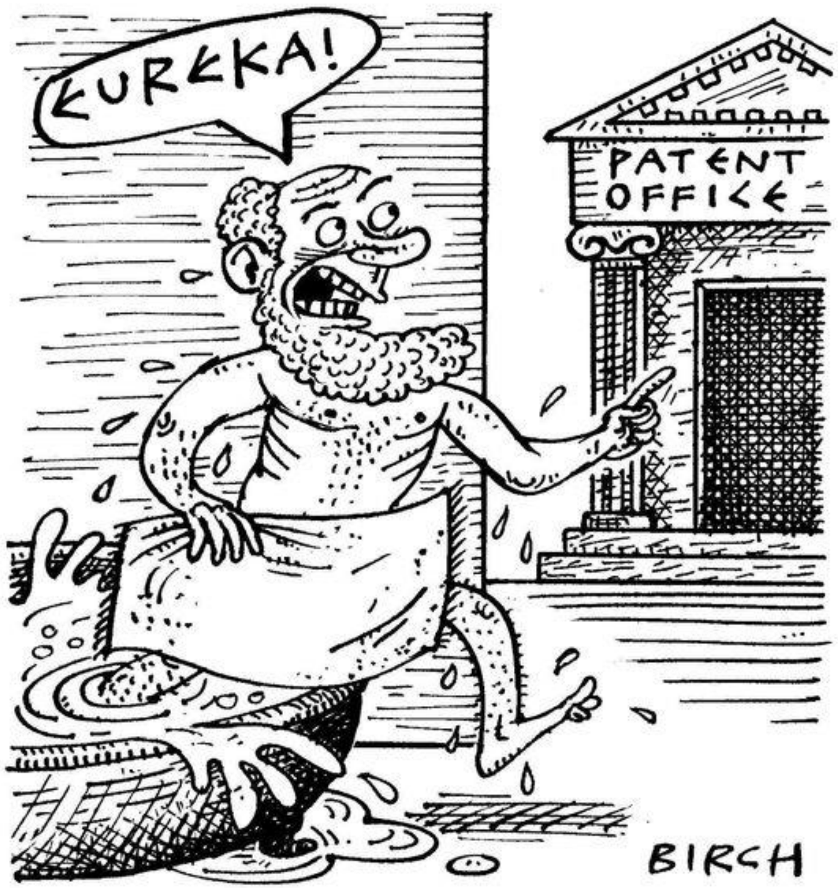
AGH University of Science
and Technology

AGH

INŻYNIERIA PROCESOWA

Statyka i dynamika płynów

ELEMENTY STATYKI PŁYNÓW DOSKONAŁYCH



www.agh.edu.pl

Płyny: ciecze, gazy

Ciecze doskonałe:

- gęstość cieczy na całej długości przewodu się nie zmienia,
- brak tarcia wewnętrznego, cząstki idealnie ruchliwe, cząstki nieściśliwe,
- spełnia prawa Eulera, Pascala i Archimedesa,

Gazy doskonałe:

- zbiór punktów o idealnej sprężystości i braku wzajemnych oddziaływań,
- spełnia prawa Boyle'a-Mariotta, Gay-Lussaca-Charlesa, Clapeyrona

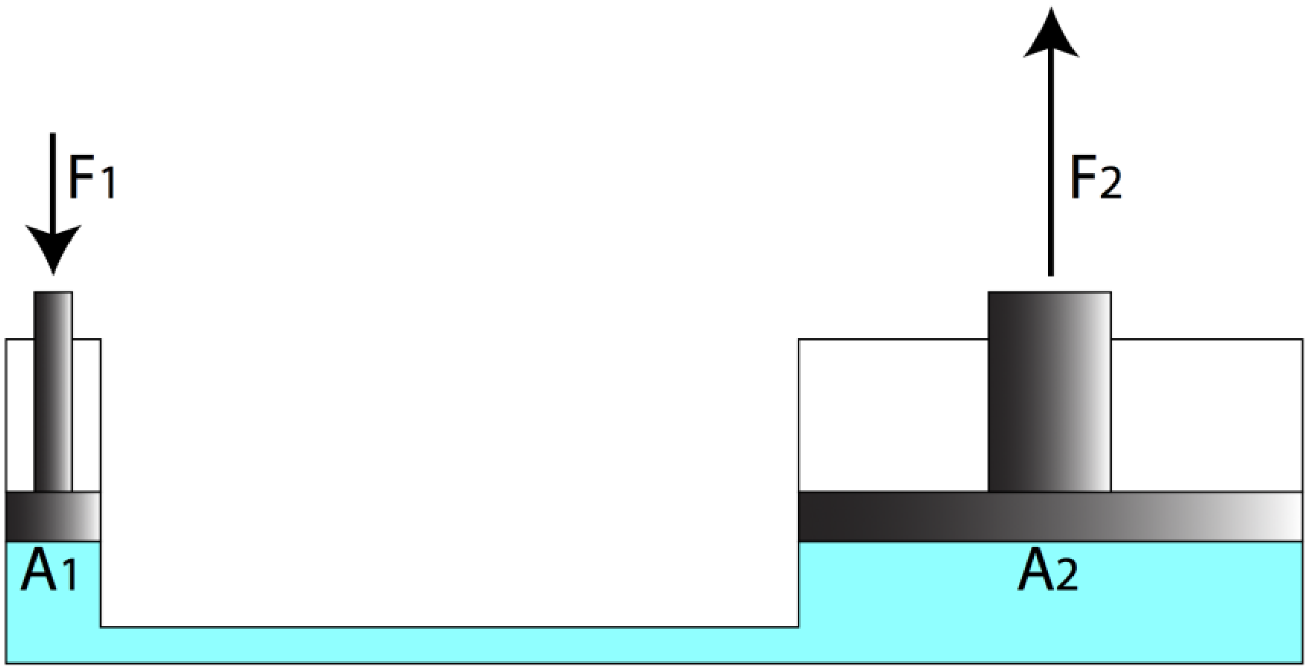
AGH
www.agh.edu.pl

PRAWA DOTYCZĄCE PŁYNÓW DOSKONAŁYCH - CIECZE

PRAWO PASCALA (Blaise Pascal 1623-1662)

Jeżeli na płyn w zbiorniku zamkniętym wywierane jest ciśnienie zewnętrzne to ciśnienie wewnątrz zbiornika jest wszędzie jednakowe i równe ciśnieniu zewnętrznemu

Wersja uproszczona: ciśnienie zewnętrzne wywierane na płyn znajdujący się w naczyniu zamkniętym rozchodzi się jednakowo we wszystkich kierunkach



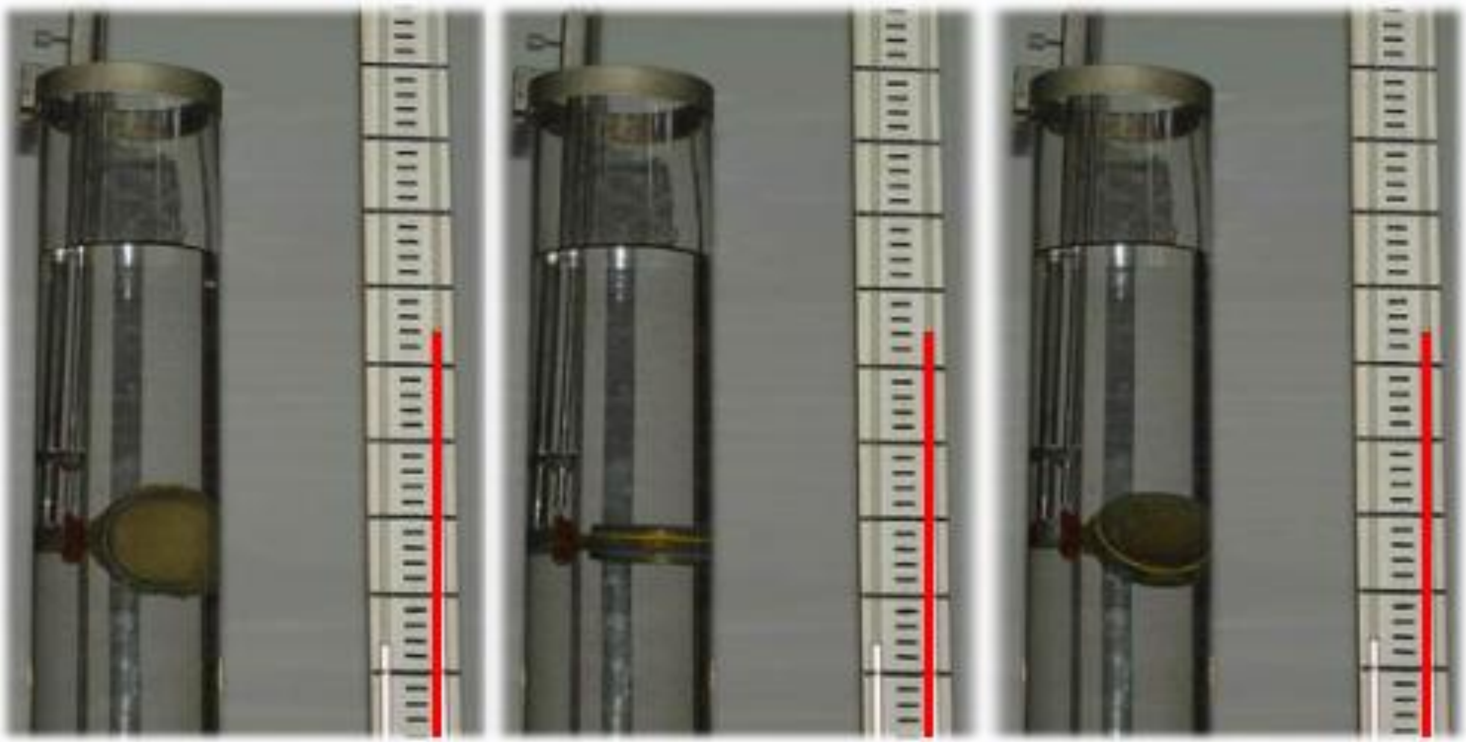
www.agh.edu.pl

AGH

PRAWA DOTYCZĄCE PŁYNÓW DOSKONAŁYCH - CIECZE

PRAWO EULERA (Leonard Euler 1707-1783)

Na płaskie ciało zanurzone w cieczy (płynie) działa ciśnienie, którego wartość jest niezależna od orientacji tego ciała w cieczy (płynie).



PRAWA DOTYCZĄCE PŁYNÓW DOSKONAŁYCH - CIECZE

PRAWO ARCHIMEDESA (Archimedes 287p.n.e.-212p.n.e.)

Na ciało zanurzone w płynie działa pionowa, skierowana ku górze siła wyporu. Wartość siły jest równa ciężarowi wypartej cieczy (gazu). Siła jest przyłożona w środku ciężkości wypartej cieczy (gazu).

Stara wersja prawa: Ciało zanurzone w płynie (cieczy lub gazie) traci pozornie na ciężarze tyle, ile waży płyn (ciecz lub gaz) wyparty przez to ciało.

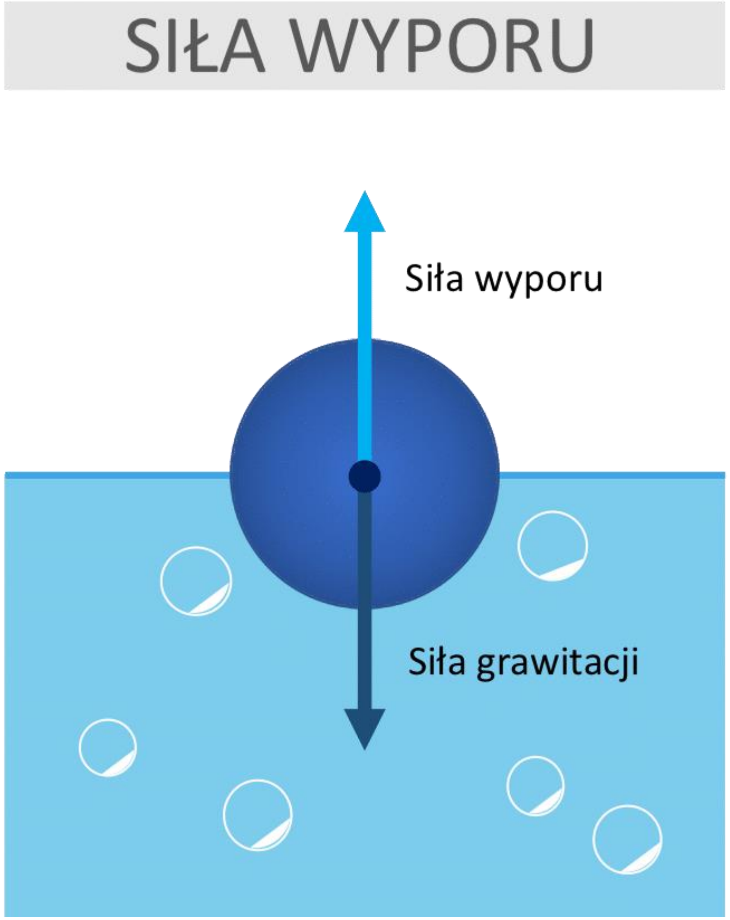
$$F_{wyporu} = \rho_p \cdot g \cdot V_c$$

gdzie:

F_g - siła wyporu,

ρ_p - gęstość płynu,

V_c - objętość cieczy wypartej przez ciało,



www.agh.edu.pl

PRAWA DOTYCZĄCE PŁYNÓW DOSKONAŁYCH - GAZY

PRAWO GAY-LUSSACA (Luis Joseph Gay-Lussac 1778-1850)

Prawo Gay-Lussaca opisuje przemianę izobaryczną (przy stałym ciśnieniu) takiego gazu i stwierdza, że podczas przemiany stosunek objętości gazu do jego temperatury jest stały:

$$\frac{V}{T} = const \qquad V \sim T$$

PRAWO CHARLESA

Ciśnienie gazu p w stałej objętości zwiększa się o stały ułamek ciśnienia tego gazu zmierzonego w temperaturze 0°C przy wzroście temperatury o 1 °C:

$$p = p_0\left(1 + \frac{t}{273}\right) \qquad p \sim T$$

PRAWO BOYLE'A-MARIOTTA (Robert Boyle 1627-1691; Edme Mariott 1629-1684)

W stałej temperaturze objętość V danej masy gazu jest odwrotnie proporcjonalna do jego ciśnienia p.

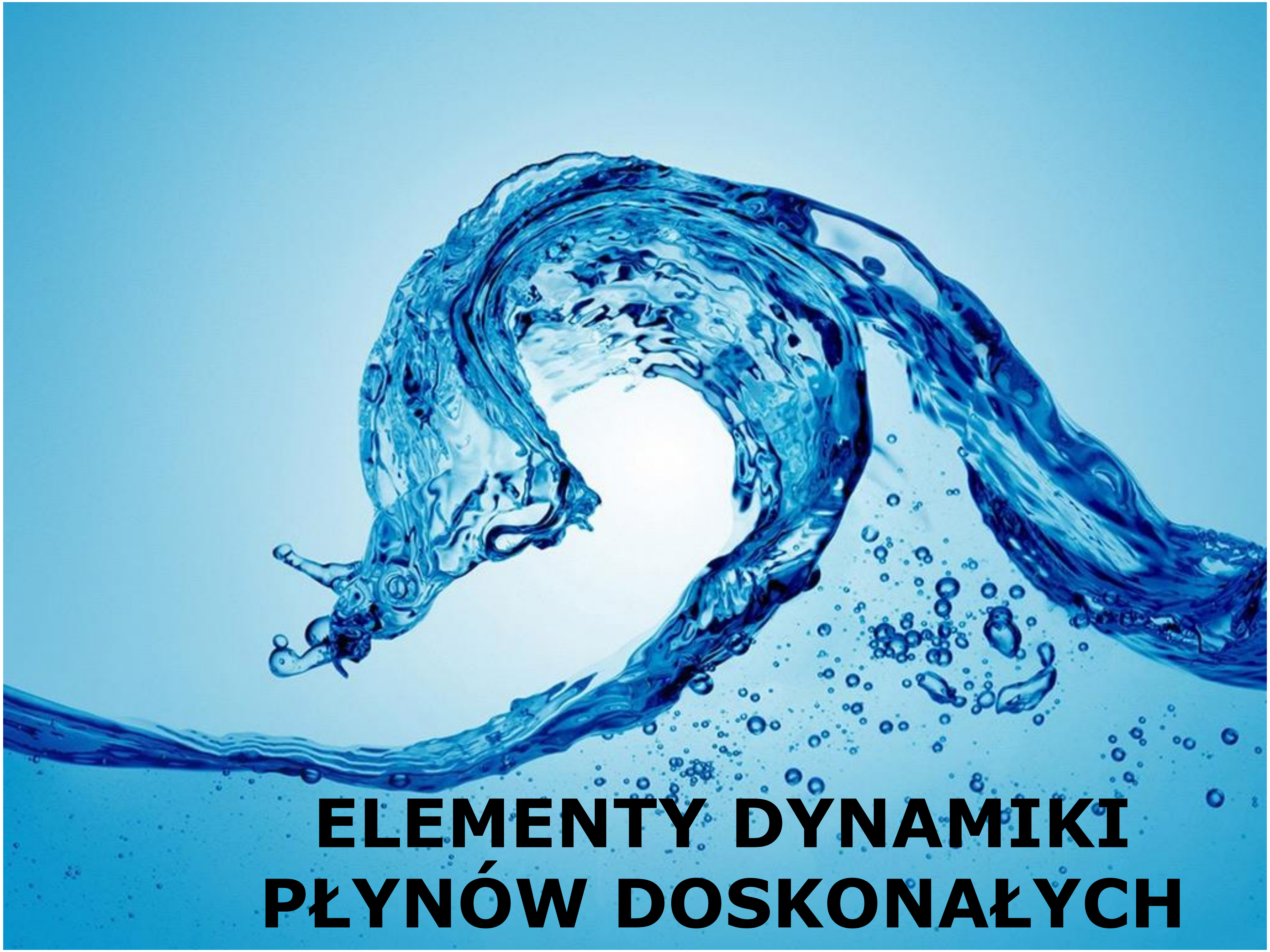
$$pV = const \qquad V \sim \frac{1}{p}$$

PRAWO CLAPEYRONA (Benoit Clapeyron 1799-1864)

Równanie Clapeyrona, równanie stanu gazu doskonałego to równanie stanu opisujące związek pomiędzy temperaturą, ciśnieniem i objętością gazu doskonałego, a w sposób przybliżony opisujący gazy rzeczywiste.

$$pV = nRT$$

AGH
www.agh.edu.pl

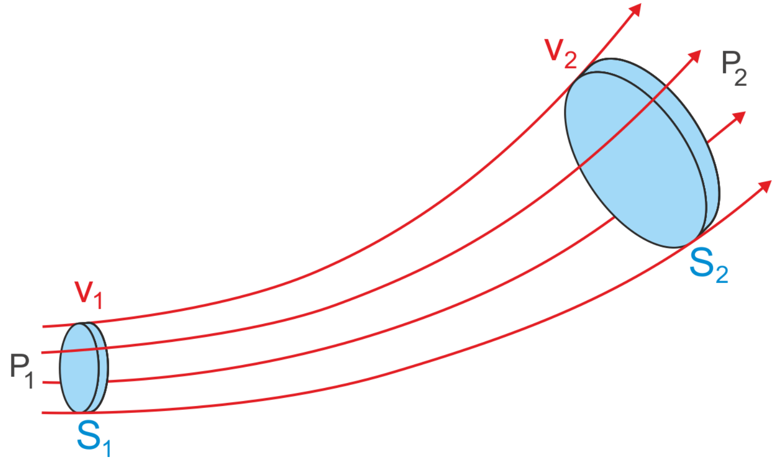


ELEMENTY DYNAMIKI PŁYNÓW DOSKONAŁYCH

AGH
www.agh.edu.pl

RÓWNANIA CIĄGŁOŚCI STRUMIENIA CIECZY (STRUGI) W RUCHU USTALONYM:

Założenie: ciecz wypełnia przewód całkowicie!



Natężenie przepływu masy cieczy płynącej ruchem ustalonym przez dowolny przewód, jest stałe we wszystkich przekrojach przewodu, prostopadłych do kierunku przepływu. Zatem **MASOWE NATĘŻENE PRZEŁYWU**:

$$W_1 = W_2 = \ldots = W_n$$

$$W = S \cdot u \cdot \rho_L \;\; [\mathrm{kg/s}]$$

u - średnia prędkość przepływu, ρ - gęstość płynu,
S - pole powierzchni przekroju przewodu,

www.agh.edu.pl

$$U = S \cdot u \quad [\mathrm{m^3/s}]$$

OBJĘTOŚCIOWE NATĘŻENIE PRZEPŁYWU

$$W = U \cdot \rho_L \quad [\mathrm{kg/s}]$$

zakładając brak zmian gęstości płynu na całej długości przewodu (przepływ izotermiczny, płyny są wówczas nieściśliwe) można stwierdzić, że:

$$\boldsymbol{U_1 = U_2 = \ldots = U_n}$$

$$S_1 \cdot u_1 = S_2 \cdot u_2 = \cdots = S_n \cdot u_n$$

$$S_1 \cdot u_1 = S_2 \cdot u_2$$

zakładając przekrój kołowy pole przekroju *S* wyniesie odpowiednio:

$$\frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot u_1 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot u_2 \qquad \boxed{\frac{u_1}{u_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2}}$$

www.agh.edu.pl

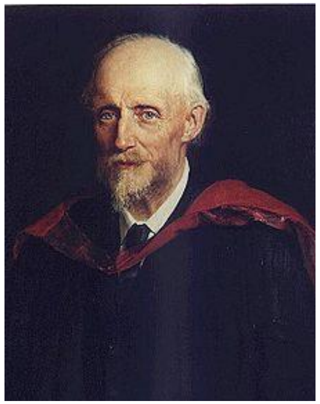
PRĘDKOŚĆ MASOWA STRUMIENIA CIECZY

Jest to stosunek masowego natężenia przepływu do pola powierzchni przekroju przewodu.

$$w_L = \frac{W}{S} = \frac{S \cdot u \cdot \rho_L}{S} = u \cdot \rho_L \quad \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s} \cdot \mathrm{m}^2} \right]$$

www.agh.edu.pl

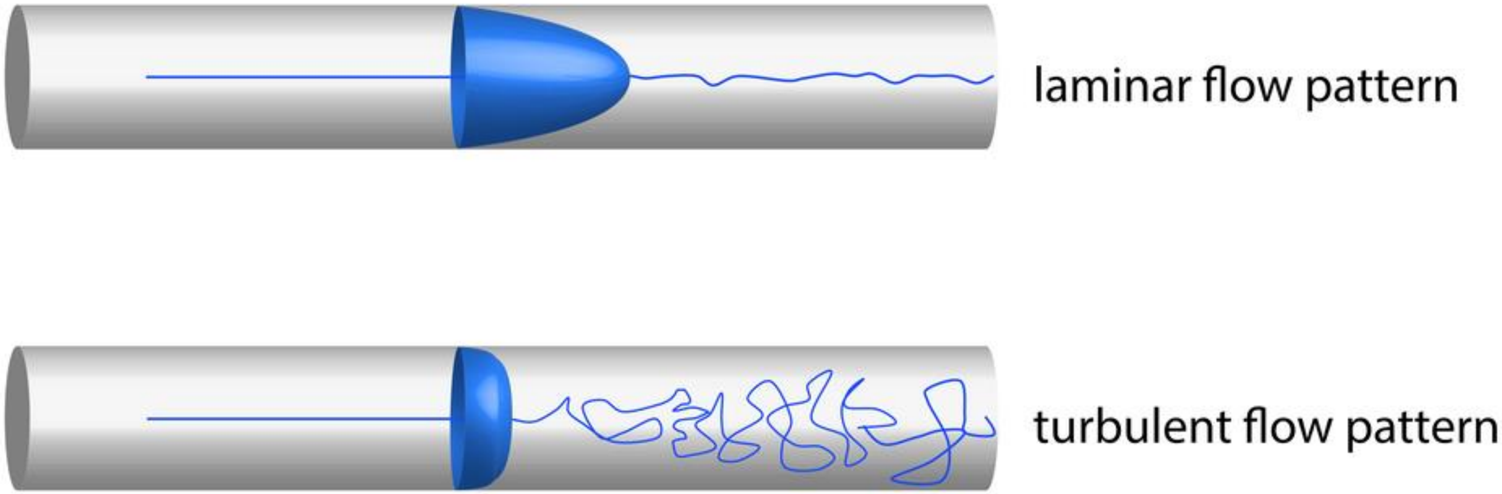
AGH



Osborne Reynolds
(1842-1912)

KRYTERIUM REYNOLDSA

$$\mathrm{Re} = \frac{u \cdot d \cdot \rho_L}{\eta} = \frac{u \cdot d}{\nu} = \frac{w \cdot d}{\eta}$$



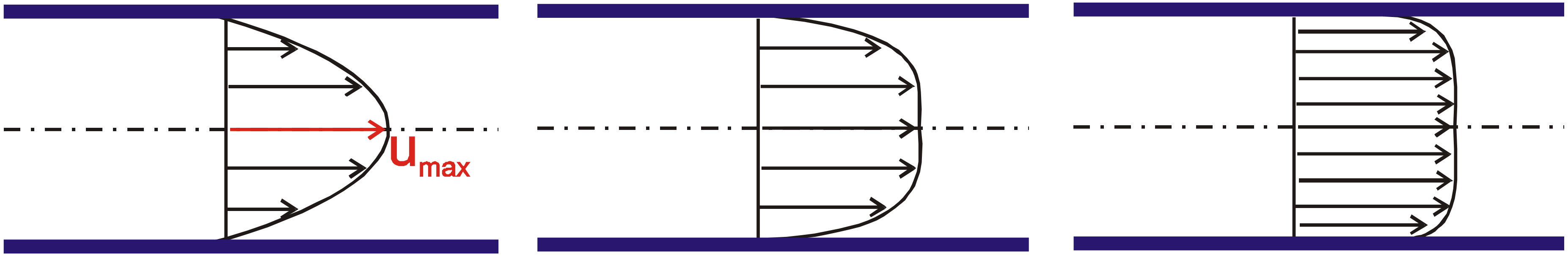
Ruch laminarny	Ruch przejściowy	Ruch burzliwy
Re<2100	2100<Re<3000	3000<Re

www.agh.edu.pl

AGH

KRYTERIUM REYNOLDSA

r. laminarny **r. przejściowy** **r. burzliwy**



Strugi czynnika układają się równolegle do osi przewodu, rozkład prędkości ma kształt paraboli. Prędkość maksymalna przypada w osi przewodu.

$u_{śr}=0{,}5\ u_{max}$

$u_{śr}\cong 0{,}8\ u_{max}$

$u_{śr}\cong 0{,}85\ u_{max}$

Strugi czynnika wirują w różnych kierunkach, rozkład prędkości ma kształt spłaszczonej krzywej.
W środkowej części przewodu prędkość pozostaje ta sama, maleje do zera przy ściankach.

www.agh.edu.pl

PROMIEŃ HYDRAULICZNY - $r_h = \frac{powierzchnia}{obwód} = \frac{S}{B}$

ŚREDNICA ZASTĘPCZA - $d_e = 4r_h = \frac{4S}{B}$

np. dla koła

$$r_h = \frac{S}{B} = \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{r}{2} = \frac{\frac{d}{2}}{2} = \frac{d}{4} \rightarrow d_e = 4r_h$$

www.agh.edu.pl

ZADANIA – PŁYNY DOSKONAŁE

ZADANIE 1

Przewodem o średnicy wewnętrznej 42 mm płynie wodny roztwór gliceryny o gęstości 1190 kg/m^3 (15°C). Obliczyć prędkość liniową oraz objętościowe natężenie przepływu jeśli w ciągu godziny przepływa 6000 kg roztworu.

ZADANIE 2

W wymienniku ciepła o średnicy wewnętrznej 0,53 m płynie woda o temperaturze 60°C z prędkością 0,3 m/s. Wewnątrz wymiennika znajduje się 61 rurek, które ułożone są w foremne sześciokąty. Średnica zewnętrzna każdej z rurek wynosi 33 mm. Wyznaczyć charakter ruchu wody, przyjąć, że gęstość wody wynosi 983 kg/m^3, lepkość dynamiczna jest równa $0{,}47\cdot10^{-3}$ Pa·s oraz, że przepływ wody jest równoległy do rurek.

www.agh.edu.pl

ZADANIE 3

Obliczyć krytyczną prędkość, przy której następuje zmiana charakteru przepływu z laminarnego na przejściowy dla:

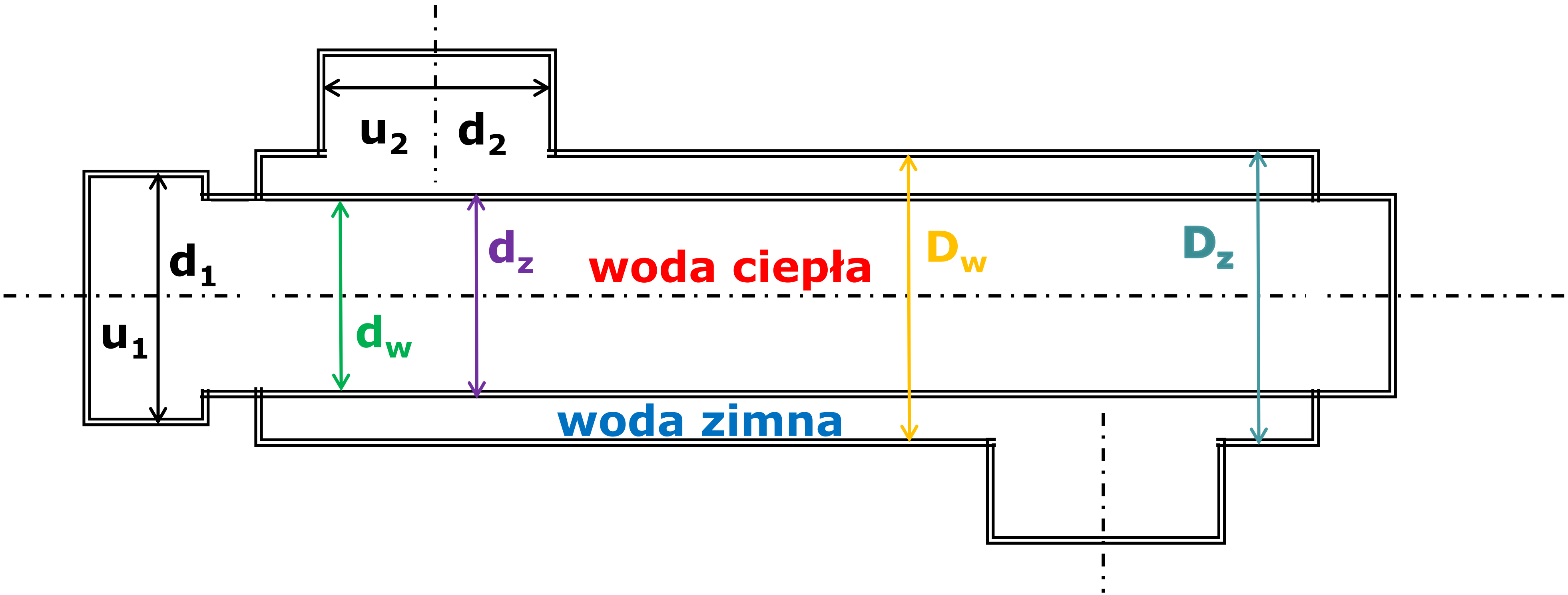
a) wody o temperaturze 20^{o}C (dane dla wody ρ=998 kg/m^3; η=10^{-3} Pa·s),

b) oleju mineralnego o temperaturze 20^{o}C (dane dla oleju ρ=910 kg/m^3; η=114·10^{-3} Pa·s) w przewodzie o średnicy 92 mm.

www.agh.edu.pl

ZADANIE 4

Do wymiennika ciepła przewodem o średnicy wewnętrznej d_1 26 mm dopływa woda ciepła z prędkością u_1=1,43 m/s oraz przewodem o średnicy wewnętrznej d_2 32 mm woda zimna z prędkością 0,8 m/s. Woda ciepła dopływa do wewnętrznej rury wymiennika. Obliczyć średnice rur wymiennika, jeżeli wiadomo, że woda ciepła i zimna płyną w wymienniku z prędkością u=2 m/s. Grubość ścianek obu rur wymiennika wynosi 2 mm. Gęstość cieczy jest stała.



www.agh.edu.pl

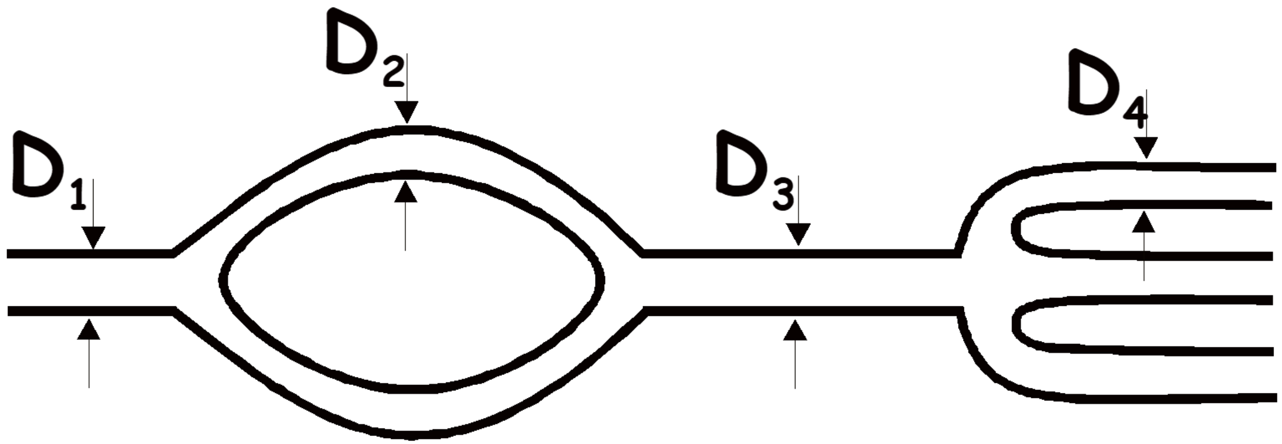
ZADANIE 5

Do rurek wymiennika ciepła przewodem o średnicy wewnętrznej 200 mm dopływa ciecz z prędkością 0,7 m/s. W rurkach, które mają średnice wewnętrzną 14 mm prędkość przepływu wynosi 2,8 m/s. Obliczyć liczbę rurek w wymienniku. Gęstość cieczy jest stała.

AGH
www.agh.edu.pl

ZADANIE 7

Rurociąg wygląda następująco:



Średnica D_1 wynosi 0,13 m zaś prędkość przepływu cieczy u_1=0,7 m/s. Następnie rurociąg rozdziela się na dwie nitki a średnica D_2 wzrasta dwukrotnie w porównaniu z D_1. Kolejno rurociąg łączy się w jedną nitkę a prędkość u_3 wynosi 0,3 m/s. Na koniec rurociąg rozdziela się na trzy nitki, w których prędkość przepływu u_4 wzrasta do 0,5 m/s. Obliczyć u_2, D_3 i D_4.

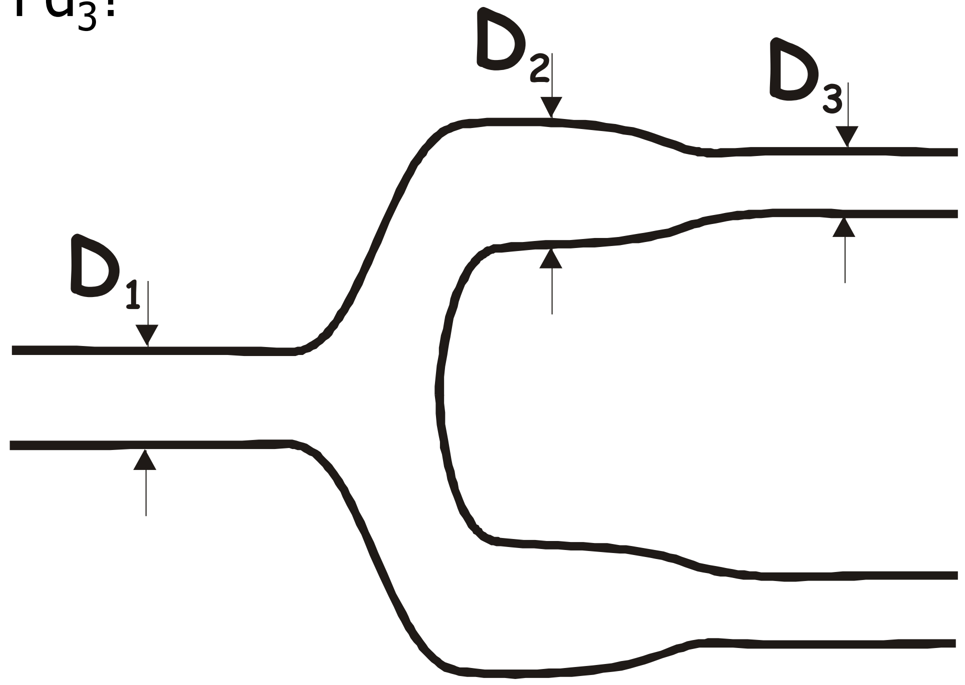
www.agh.edu.pl

ZADANIE 6

Rurociągiem o średnicy D_1=150 mm płynie ciecz z prędkością u_1 równą 20 m/s. Rurociąg rozdziela się na dwie nitki, obliczyć średnice tych dwu nitek, wiedząc, że $u_1=1/2u_2$. Zakładamy gęstość cieczy stałą na całej długości rurociągu.

ZADANIE 8

Rurociągiem płynie kwas siarkowy. Średnice rurociągu zmieniają się jak na rysunku. Objętościowe natężenie przepływu wynosi 0,006 m^3/s. Średnica d_1=51mm, natomiast średnica d_2 jest nieznana, d_3 stanowi 0,7 średnicy d_2. Wyznaczyć prędkości u_1, u_3 wiedząc, że prędkość u_2=1,2 m/s oraz średnice d_2 i d_3?

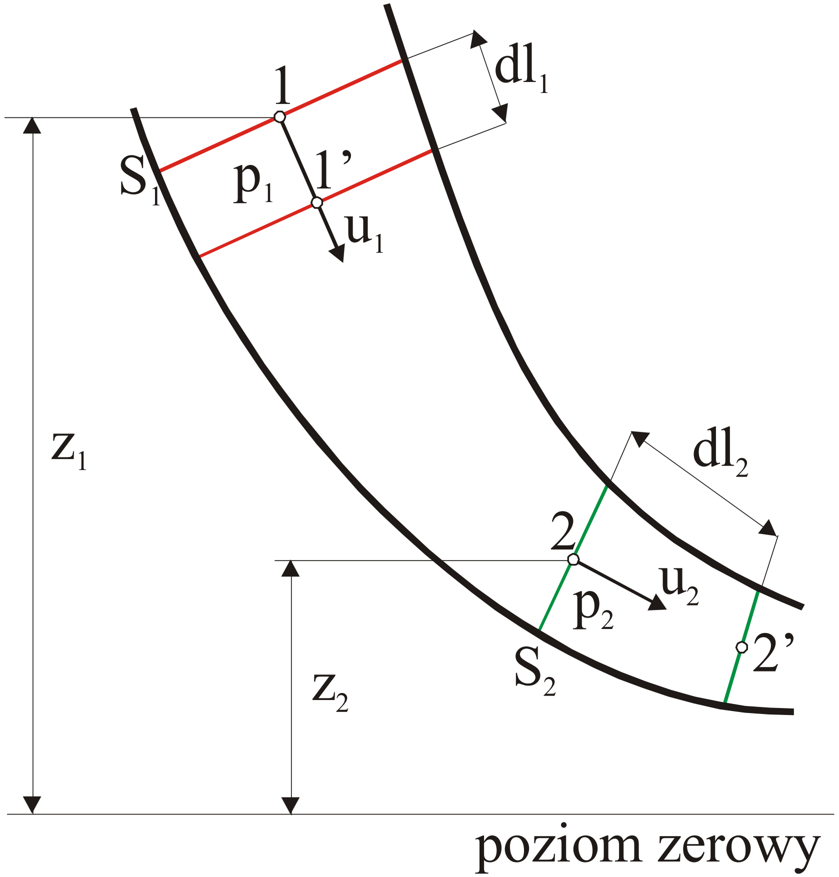


www.agh.edu.pl

RÓWNANIE BERNOULIEGO DLA PŁYNU DOSKONAŁEGO

założenie: gęstość płynu jest wielkością stałą ρ_L=const

Daniel Bernoulli 1700-1782



Energia kinetyczna:

$$dE_K = \frac{mv^2}{2} = \frac{dmu^2}{2} = dm\left(\frac{u_2^2}{2} - \frac{u_1^2}{2}\right)$$

$$dm = S \cdot u \cdot d\tau \cdot \rho_L$$

Praca sił ciśnienia (energia potencjalna ciśnienia):

$$dA = p_1 S_1 u_1 d\tau - p_2 S_2 u_2 d\tau$$

Energia potencjalna położenia:

$$dE_p = S_1 u_1 d\tau \rho_L g z_1 - S_2 u_2 d\tau \rho_L g z_2$$

AGH

www.agh.edu.pl

ZASADA ZACHOWANIA ENERGII_

(wzrost energii kinetycznej powoduje jednoczesny spadek energii potencjalnej położenia i ciśnienia):

$$\boxed{dE_k = dE_p + dA}$$

po podstawieniu i skróceniu przez $S \cdot u \cdot d\tau$, ponieważ zachowana jest zasada ciągłości strugi otrzymuje się:

$$\boxed{\frac{u_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_L} + g \cdot z_1 = \frac{u_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho_L} + g \cdot z_2 = const}$$

w powyższym równaniu każdy z czynników ma wymiar [m²/s²]

$$\boxed{\frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho_L \cdot g} + z_1 = \frac{u_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho_L \cdot g} + z_2 = H}$$

natomiast w powyższym równaniu każdy z czynników ma wymiar [m]

AGH
www.agh.edu.pl

Z równania tego wynika, że suma trzech wysokości a mianowicie wysokości odpowiadającej ciśnieniu dynamicznemu, wysokości odpowiadającej ciśnieniu statycznemu i wysokości niwelacyjnej (odniesienia) jest wielkością stałą dla jednostki masy strugi w każdym przekroju przewodu.

lub inaczej

W czasie ustalonego ruchu cieczy doskonałej suma energii kinetycznej, energii ciśnienia i energii potencjalnej położenia dla jednostki masy płynącej strugi cieczy jest wielkością stałą.

wysokość niwelacyjna (odniesienia)

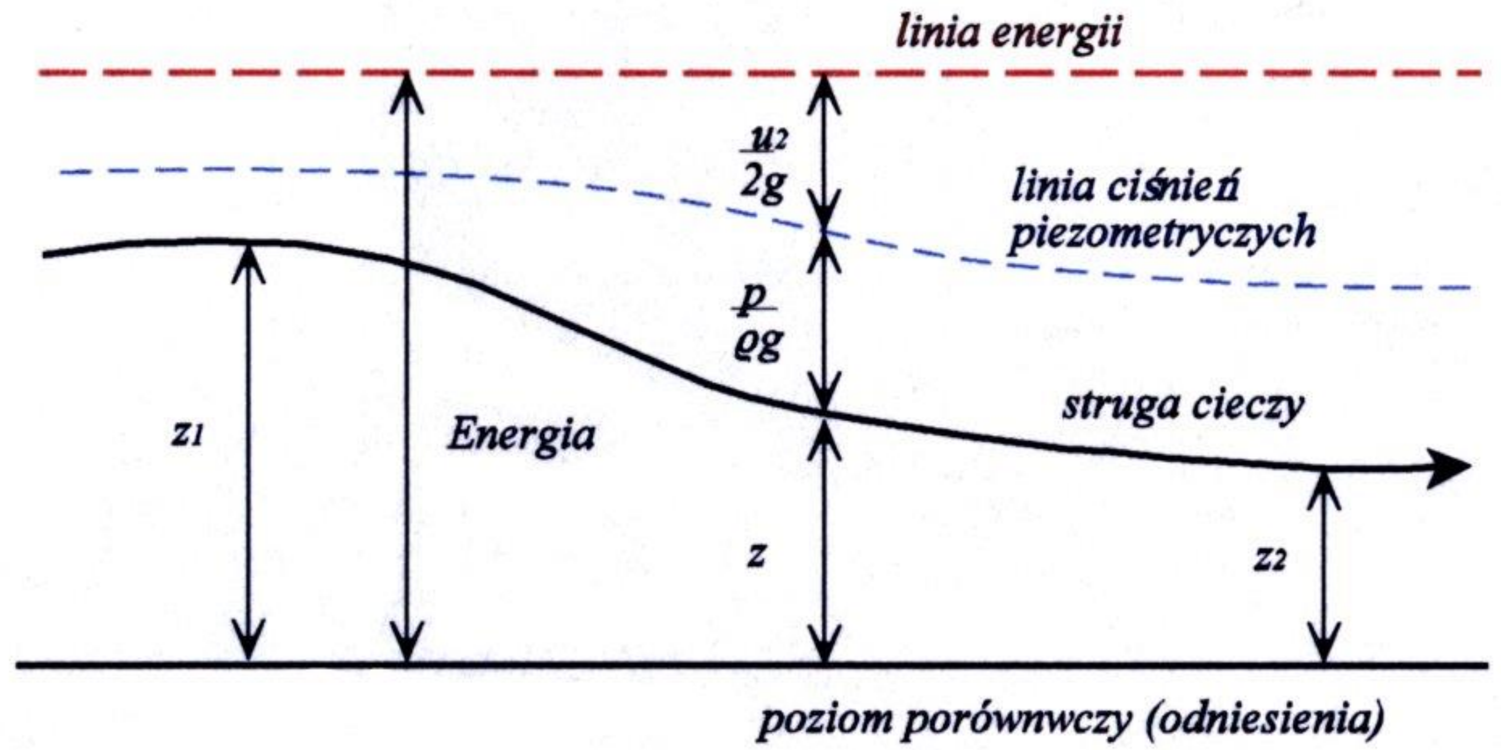
$$\boxed{\frac{u_1^2}{2g}+\frac{p_1}{\rho_L\cdot g}+z_1=\frac{u_2^2}{2g}+\frac{p_2}{\rho_L\cdot g}+z_2=H}$$

wysokość ciśnienia dynamicznego

wysokość ciśnienia statycznego

www.agh.edu.pl

RÓWNANIE BERNOULIEGO DLA PŁYNU DOSKONAŁEGO



z - wysokość położenia tj. wysokość wzniesienia środka określonego przekroju poprzecznego strugi cieczy ponad przyjęty poziom odniesienia

$\frac{p}{\rho g}$ - wysokość ciśnienia tj. wysokość wzniesienia takiego słupa cieczy, która na podstawę wywiera ciśnienie p

$\frac{u^2}{2g}$ - wysokość prędkości tj. wysokość, z której ciecz musiałaby swobodnie spadać, aby osiągnąć prędkość końcową u.

www.agh.edu.pl

W większości w praktyce przewody są poziome lub bardzo zbliżone do poziomu, czyli $z_1=z_2$ (człony te opuszcza się w równaniu). Przekształcając dalej równanie Bernouliego, mnożąc przez **ρ·g** otrzymuje się:

$$p_1 - p_2 = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} \cdot \rho$$

czyli zwiększenie prędkości spowoduje spadek ciśnienia i odwrotnie.

Gdy natomiast w równaniu

$$\frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\rho_l \cdot g} + z = H$$

opuści się **z** i pomnoży obie strony przez **ρ·g** otrzyma się następujące równanie

$$\frac{u^2 \cdot \rho}{2} + p = H \cdot \rho \cdot g$$

Każdy z czynników w powyższym równaniu ma wymiar ciśnienia [Pa].

AGH
www.agh.edu.pl

$$\frac{u^2 \cdot \rho}{2} + p_s = p_c$$

Zatem otrzymuje się wyrażenie na

ciśnienie całkowite **p_c,**

gdzie $\frac{u^2 \cdot \rho}{2}$ jest ciśnieniem dynamicznym **p_d**

a p jest ciśnieniem statycznym **p_s.**

Stąd prędkość przepływu płynu można obliczyć w oparciu o następujący wzór:

$$\boxed{u = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_c - p_s)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot p_d}{\rho}} \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]}$$

AGH

www.agh.edu.pl

Gdy natomiast w równaniu

$$\frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\rho_l \cdot g} + z = H$$

pomnoży obie strony przez ρ·**g** otrzyma się następujące równanie:

$$\frac{u^2 \cdot \rho}{2} + p + z \cdot \rho \cdot g = H \cdot \rho \cdot g$$

Zatem otrzymuje się wyrażenie na ciśnienie całkowite $\boldsymbol{p_c}$,

gdzie : $\frac{u^2 \cdot \rho}{2}$ jest ciśnieniem dynamicznym $\boldsymbol{p_d}$

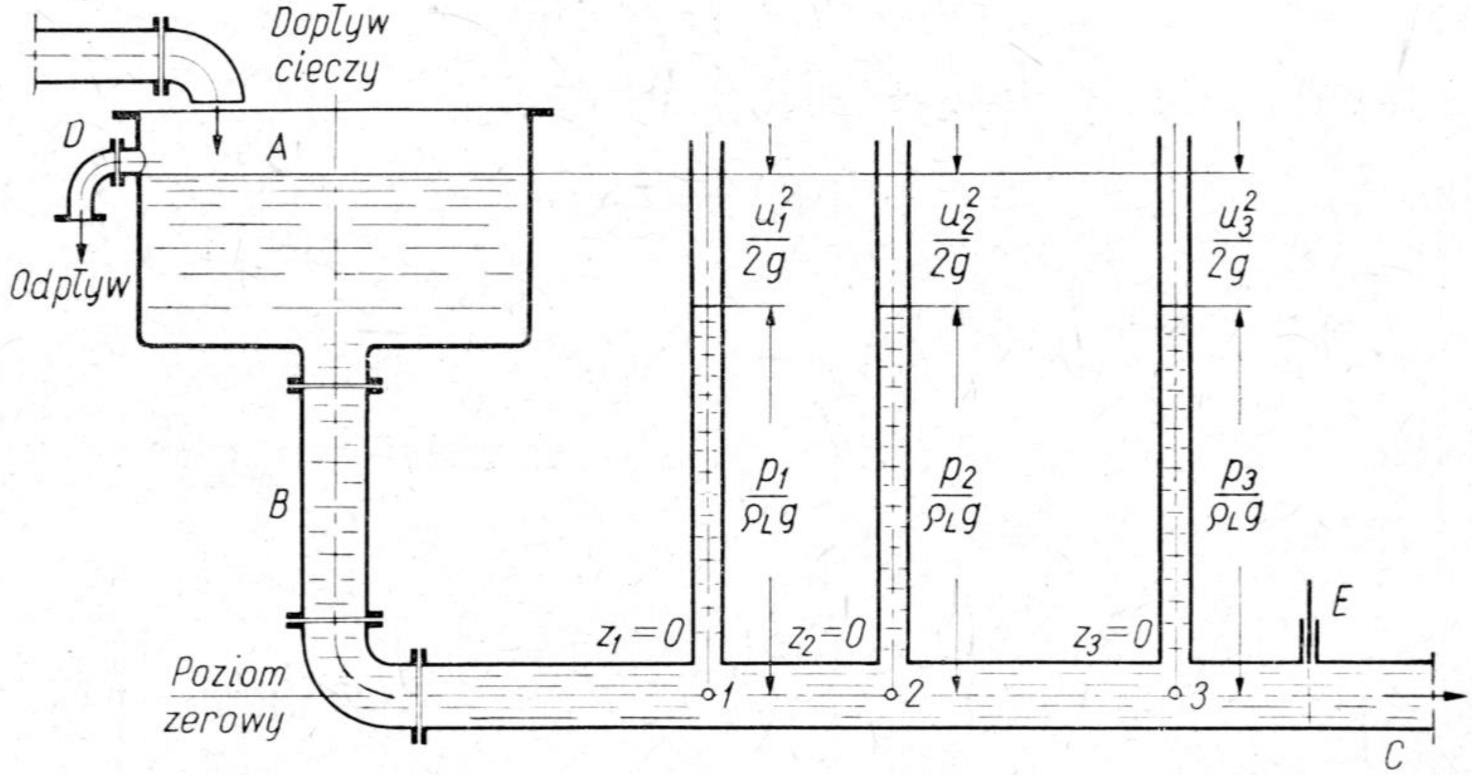
p_s jest ciśnieniem statycznym $\boldsymbol{p_s}$.

$zg\rho$ jest ciśnieniem hydrostatycznym $\boldsymbol{p_h}$.

www.agh.edu.pl

INTERPRETACJA GRAFICZNA RÓWNANIA BERNOULIEGO DLA CIECZY DOSKONAŁEJ

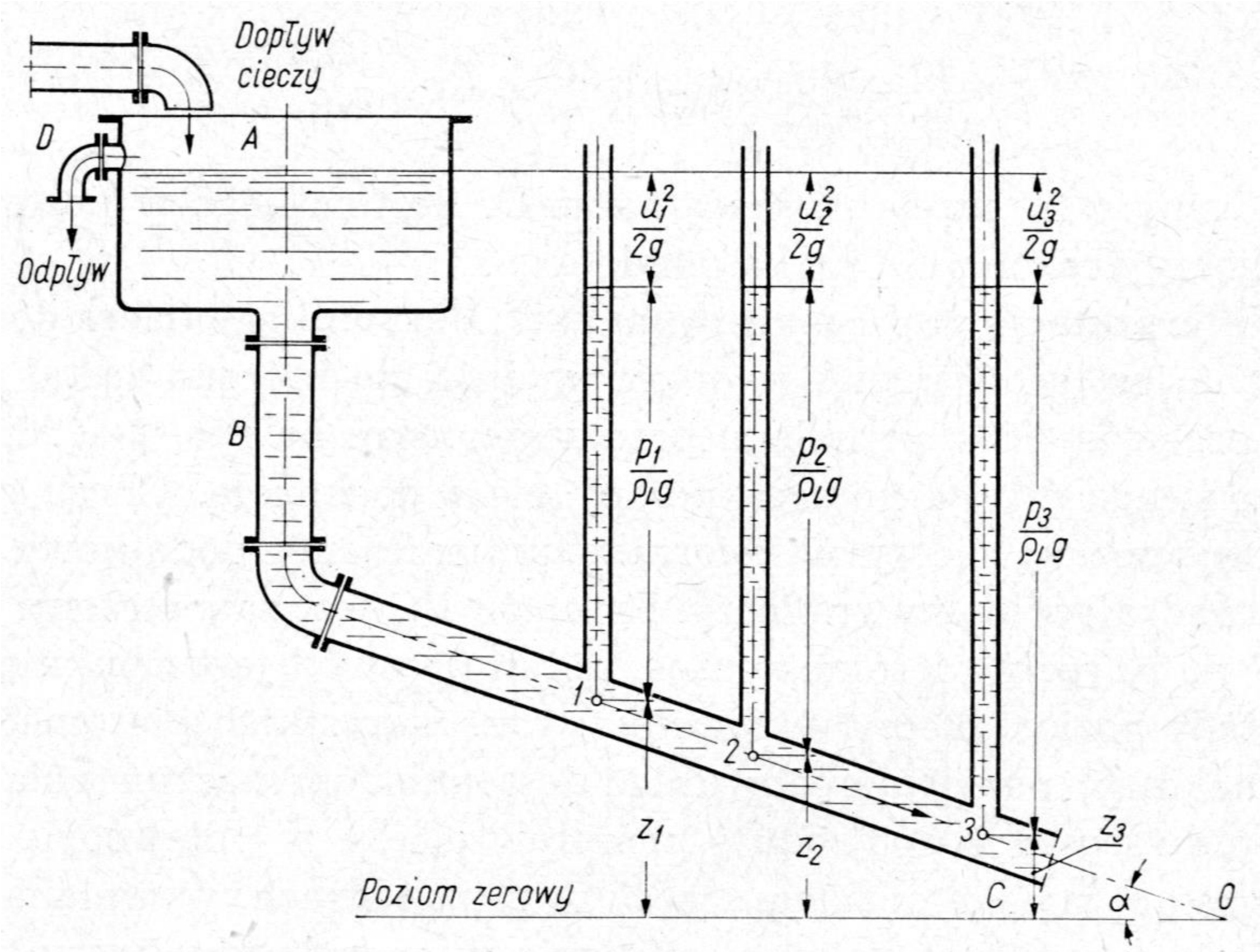
1. Równoległy, poziomy przebieg przewodu w stosunku do poziomu odniesienia. Przekrój przewodu wzdłuż całej długości jest stały tzn., że prędkość przepływu też jest stała.



Istnieje zatem niezmienność wysokości: odniesienia, ciśnienia statycznego i dynamicznego przy w/w położeniu przewodu.

AGH
www.agh.edu.pl

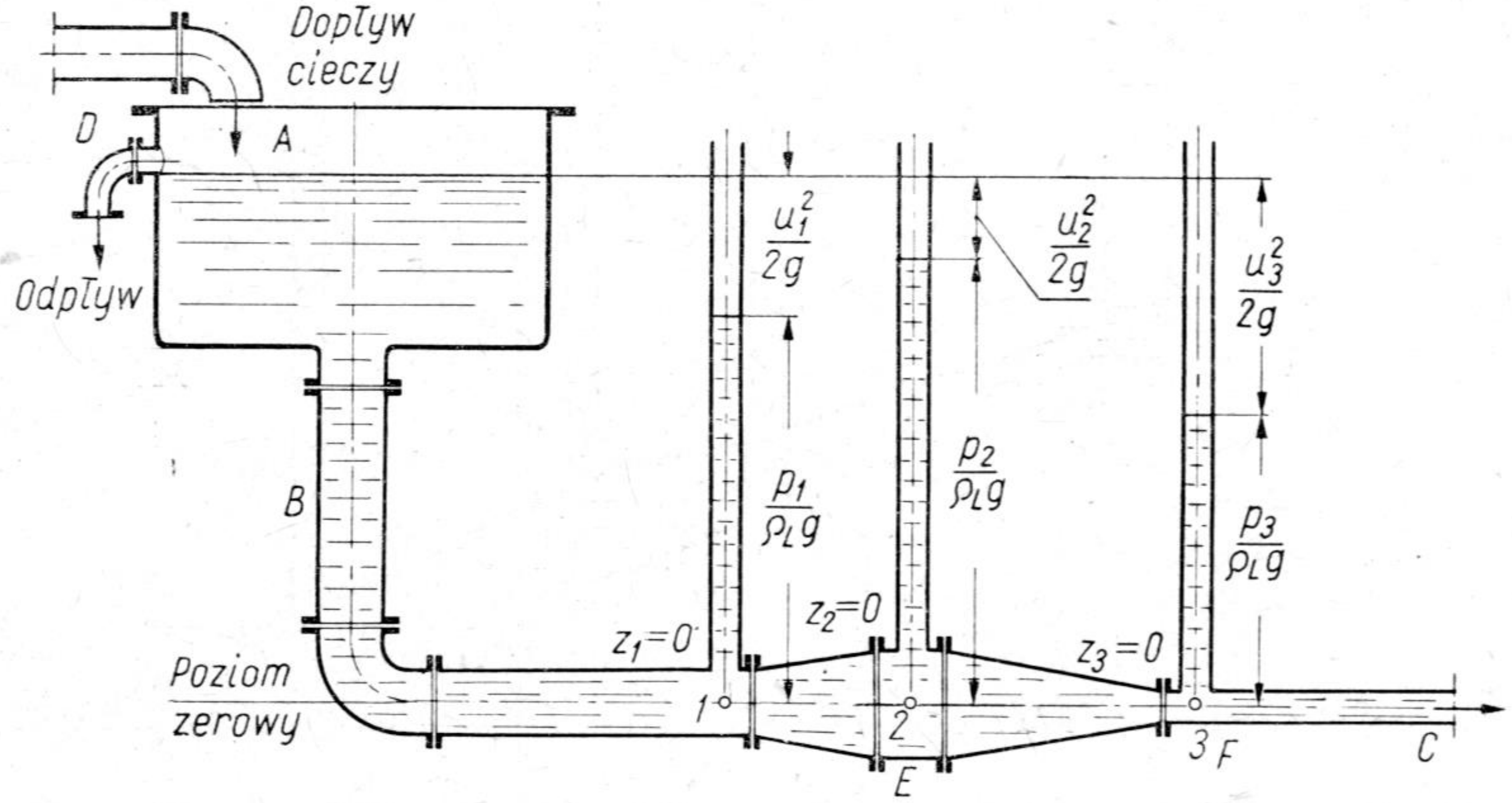
2. Przewód przebiega pod kątem α w stosunku do poziomu odniesienia. Przekrój przewodu jest stały.



Mimo zmienności wartości wysokości odniesienia, suma trzech wysokości jest wielkością stałą.

www.agh.edu.pl

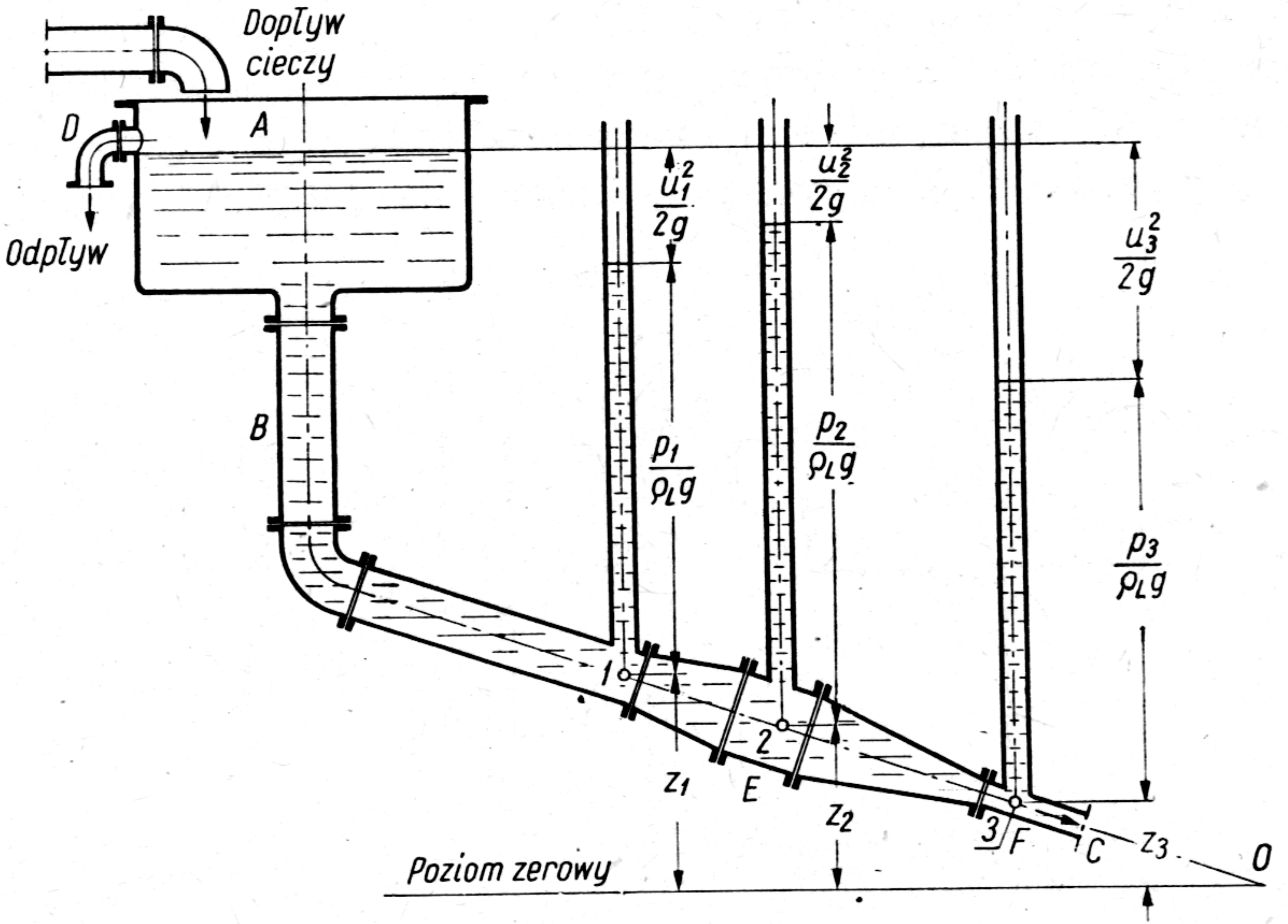
3. Równoległy, poziomy przebieg przewodu w stosunku do poziomu odniesienia. Przekrój przewodu zmienny tzn., że prędkości są różne w różnych przekrojach przewodu.



Zwiększenie przekroju oznacza zmniejszenie prędkości przepływu tzn. zmniejszenie energii kinetycznej wzrasta natomiast ciśnienie statyczne. Odwrotnie gdy przekrój zmniejsza się, wzrasta energia kinetyczna czyli ciśnienie dynamiczne a spada ciśnienie statyczne.

AGH
www.agh.edu.pl

2. Przebieg przewodu pod kątem a w stosunku do poziomu odniesienia. Przekrój przewodu zmienny tzn., że prędkości są różne w różnych przekrojach przewodu. (Interpretacja identyczna jak w przypadku 2 i 3).



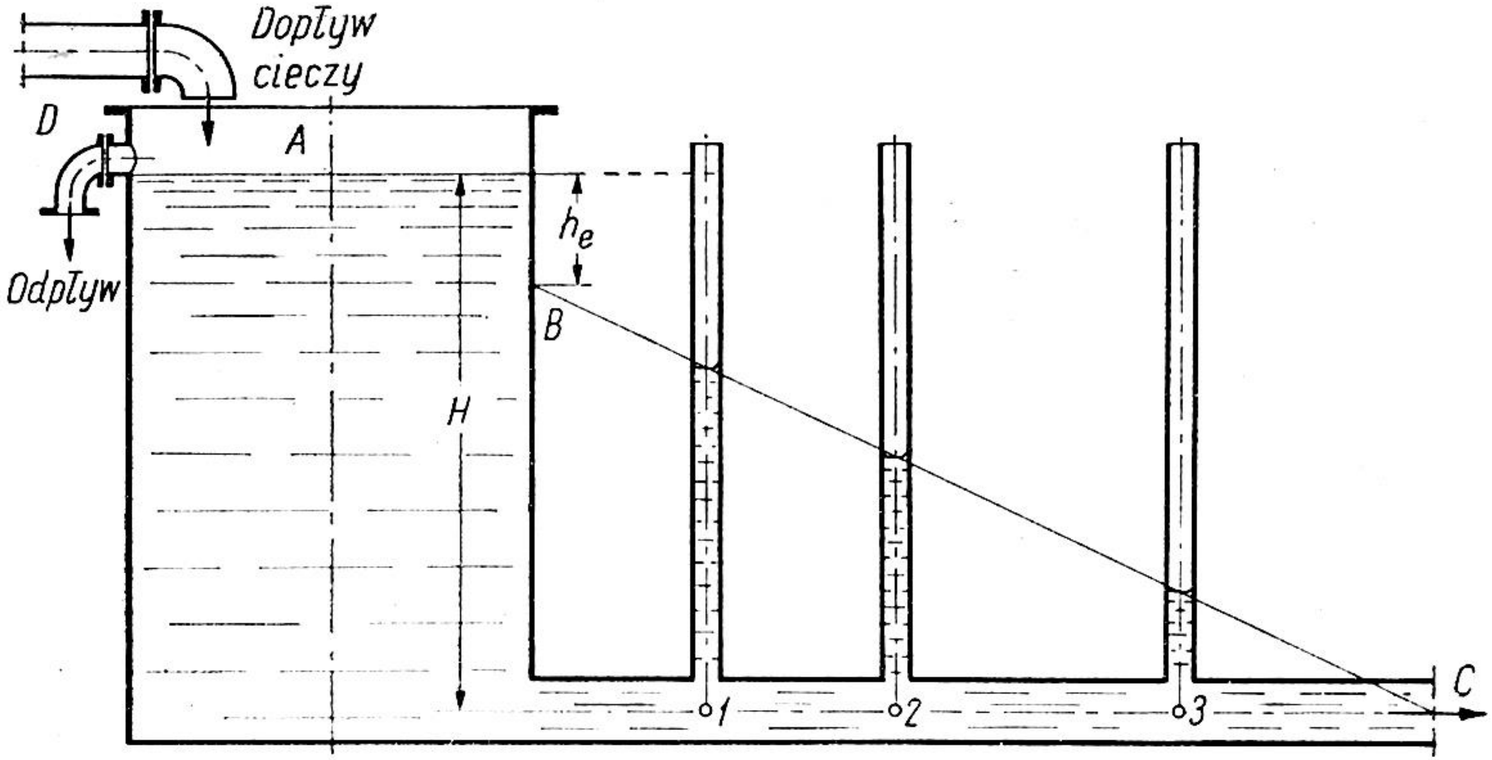
AGH

www.agh.edu.pl

PŁYNY RZECZYWISTE

www.agh.edu.pl

RÓWNANIE BERNOULIEGO DLA PŁYNÓW RZECZYWISTYCH



CZĘŚĆ ENERGII JEST TRACONA I ZAMIENIANA NA CIEPŁO

Wysokość h_e odpowiada energii kinetycznej, która jest stała dla każdego z przekrojów (średnica przewodu jest niezmienna). Obserwowane straty ciśnienia tłumaczy się oporami jakie musi pokonać ciecz w czasie przepływu. Opory te wynikają z występowania tarcia wewnętrznego cieczy rzeczywistych jak również mogą być związane z nagłą zmianą przekroju przewodu i kierunku przepływu, istnieniem na przewodzie kurków, zaworów, zasuw itp..

AGH
www.agh.edu.pl

RÓWNANIE BERNOULIEGO DLA PŁYNÓW RZECZYWISTYCH

www.agh.edu.pl

Straty ciśnienia

$$\Delta P = f\left(d, L, u, \rho_F, \eta_F\right)$$

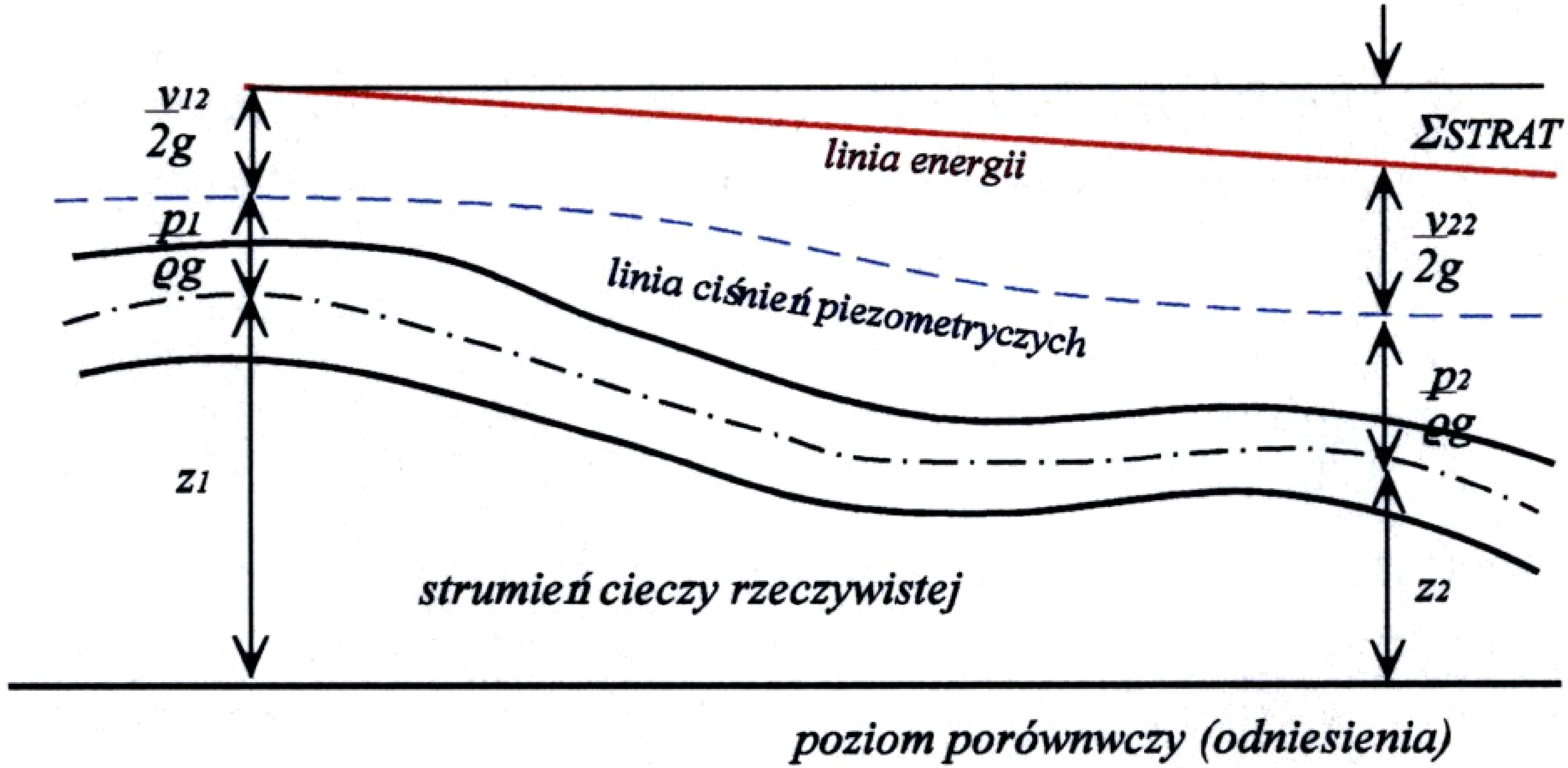
$$\boxed{\frac{u_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_L} + g \cdot z_1 = \frac{u_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho_L} + g \cdot z_2 + \frac{\Delta p_{str}}{\rho_L} \quad \left[\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}\right]}$$

lub

$$\boxed{\frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho_L \cdot g} + z_1 = \frac{u_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho_L \cdot g} + z_2 + h_{str} \quad [\mathrm{m}]}$$

gdzie: Δp_{str} i h_{str} – straty ciśnienia spowodowane oporami przepływu

RÓWNANIE BERNOULIEGO DLA PŁYNÓW RZECZYWISTYCH



www.agh.edu.pl

PROMIEŃ HYDRAULICZNY - $r_h = \dfrac{powierzchnia}{obwód} = \dfrac{S}{B}$

ŚREDNICA ZASTĘPCZA - $d_e = 4r_h = \dfrac{4S}{B}$

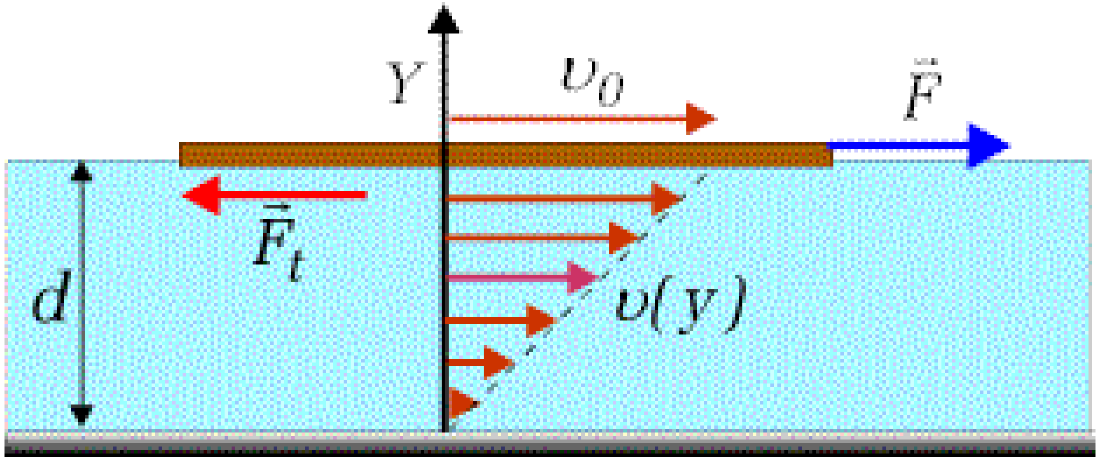
np. dla koła

$$r_h = \frac{S}{B} = \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{r}{2} = \frac{\frac{d}{2}}{2} = \frac{d}{4} \rightarrow d_e = 4r_h$$

www.agh.edu.pl

LEPKOŚĆ – siła tarcia wewnętrznego

Lepkość płynów rzeczywistych wywołuje opór podczas przesuwania się cząstek lub warstewek płynu względem siebie. Siły lepkości (siły tarcia wewnętrznego) występują tylko w czasie ruchu.



SIŁA TARCIA

$$dT = \eta \frac{du}{dx} \cdot dA \rightarrow \frac{dT}{dA} = \eta \cdot \frac{du}{dx} \rightarrow \tau = \eta \cdot \frac{du}{dx}$$

www.agh.edu.pl

WSPÓŁCZYNNIKI LEPKOŚCI

η - współczynnik lepkości dynamicznej [kg/m·s]=[Pa·s]

$$\eta = \frac{dx}{du} \cdot \frac{dT}{dA}$$

1 Poise=1P=0,1 kg/m·s
1cP=0,001 kg/m·s

ν - współczynnik lepkości kinematycznej [m^2/s]

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \left[\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}} \right]$$

1 Stokes=0,0001 m^2/s
1cSt=0,01 St

Lepkość dynamiczna cieczy zmniejsza się ze wzrostem temperatury, praktycznie nie zależy od ciśnienia. Dla gazów lepkość dynamiczna zwiększa się z temperaturą, gdy są to gazy doskonałe nie zależy od ciśnienia. Lepkość kinematyczna dla gazów silnie zależy od ciśnienia, dlatego posługujemy się tzw. zredukowaną lepkością kinematyczną ν.

www.agh.edu.pl

RÓWNANIE POISEUILLE'A

Wyprowadza się w oparciu o równowagę sił działających na element poruszającego się płynu. Na taki element działają: siła ciężkości, siła parcia (wywołująca ruch), siła przeciwparcia, siły ściskające element płynu i siła tarcia. Postać równania jest następująca: W założeniu płyn porusza się **RUCHEM UWARSTWIONYM, CZYLI LAMINARNYM**.

$$\boxed{U = \frac{\pi \cdot \Delta P \cdot d^4}{128\eta_L \cdot L} \rightarrow S \cdot u = \frac{\pi \cdot \Delta P \cdot d^4}{128\eta_L \cdot L}}$$

prędkość maksymalna w osi przewodu $u_{\max} = \frac{\Delta P \cdot d^2}{16\eta_L \cdot L}$

$u_{śr} = \frac{\Delta P \cdot d^2}{32\eta_L \cdot L}$ prędkość średnia

$$\frac{u_{\max}}{u_{śr}} = 2$$

$$\boxed{u_{\max} = 2 \cdot u}$$

www.agh.edu.pl

STRATY CIŚNIENIA WYWOŁANE TARCIEM WEWNĘTRZNYM

$$\Delta P = f(d, L, u, \rho_F, \eta_F)$$

zgodnie z analizą wymiarową

$$Eu = A\left(\frac{L}{d}\right)^b \mathrm{Re}^{-e}$$

$\frac{L}{d} = K_g$ - kryterium podobieństwa geometrycznego

$\mathrm{Re} = \frac{u \cdot d \cdot \rho}{\eta}$ - kryterium Reynoldsa

$\mathrm{Eu} = \frac{\Delta p}{\rho \cdot u^2}$ - kryterium Eulera

Na podstawie doświadczeń ustalono, że wykładnik potęgowy **b=1**, natomiast wykładnik potęgowy **e** i współczynnik proporcjonalności **A** przybierają różne wartości.

Stąd spadek ciśnienia można wyrazić następująco:

$$\Delta p = 2A \cdot \mathrm{Re}^{-e} \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{u^2 \cdot \rho}{2} = \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{u^2 \cdot \rho}{2}$$

przy czym

$$\lambda = f(\mathrm{Re})$$

www.agh.edu.pl

OPORY TARCIA WEWNĘTRZNEGO

Spadek ciśnienia płynu w czasie przepływu przez **rurę o długości L i niezmiennej średnicy d**, spowodowany oporami tarcia wewnętrznego:

$$\boxed{\Delta p = \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{u^2 \cdot \rho}{2}}$$ **- r. Darcy-Weisbacha**

gdzie: λ - współczynnik oporu tarcia wewnętrznego, funkcja liczby Reynoldsa,

a) RUCH LAMINARNY:

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}} \quad \text{zatem} \quad \Delta p = \frac{32u \cdot \eta \cdot L}{d^2}$$ **- r. Poiseuille'a**

b) RUCH BURZLIWY (rura gładka):

gdy $\mathbf{3 \cdot 10^3 < Re < 10^5}$

$$\lambda = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{\mathrm{Re}}}$$ **- r. Blasiusa**

www.agh.edu.pl

gdy **$3\cdot10^3<Re<3\cdot10^6$**

$$\lambda = 0{,}0052 + \frac{0{,}5}{\mathrm{Re}^{0,32}}$$ **- r. Koo**

gdy **$10^5<Re<10^8$**

$$\lambda = 0{,}0032 + \frac{0{,}221}{\mathrm{Re}^{0,237}}$$ **- r. Nikuradsego**

gdy **$10^4<Re<10^7$**

$$\lambda = \frac{0{,}184}{\mathrm{Re}^{0,2}}$$ **- r. Blasiusa**

c) RUCH BURZLIWY (rura szorstka):

$$\lambda = \frac{1}{(2\lg 3{,}72 \cdot d/k)^2}$$

gdzie: k – szorstkość bezwzględna [m],

www.agh.edu.pl

Oprócz oporów tarcia wewnętrznego wyróżniamy **opory lokalne (zmiana kierunku lub kształtu geometrycznego rurociągu)**, zatem opory sumaryczne są sumą oporów tarcia wewnętrznego i oporów lokalnych.

$$\boxed{\Delta p_n = \zeta_n \cdot \frac{u^2 \cdot \rho}{2}}$$

ζ - współczynnik oporu lokalnego zależny od rodzaju oporu np. nagłe przewężenie lub rozszerzenie przewodu, istnienie zaworu na przewodzie, zmiana kierunku przepływu itp.

Zatem:

$$\boxed{\Delta p + \Delta p_n = \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{u^2 \cdot \rho}{2} + \Sigma \zeta_n \cdot \frac{u^2 \cdot \rho}{2}}$$

www.agh.edu.pl

AGH

ZADANIE 9

W poziomej rurze o średnicy 30 mm, w której płynie woda (ρ_l=1000 kg/m^3) panuje ciśnienie statyczne równe 87 mmHg. Całkowite ciśnienie wynosi 154 mmHg. Wyznaczyć prędkość przepływu wody i objętościowe natężenie przepływu.

ZADANIE 10

Ciśnienie całkowite w przewodzie o przekroju 250x270 mm, którym płynie gliceryna (ρ_l=1261,3 kg/m^3) wynosi 115 mmHg. Wiedząc, że objętościowe natężenie przepływu wynosi 0,25 m^3/s wyznaczyć ciśnienie statyczne panujące w płynącej glicerynie. Przewód jest poziomy.

www.agh.edu.pl

AGH

ZADANIE 11

Dany jest poziomy przewód o zmiennym przekroju. Natężenie objętościowe przepływu wody przez ten przewód wynosi 0,07 m^3/s. W pierwszej części przewodu gdzie d_1=250 mm ciśnienie statyczne wynosi 1,2 mH_2O. Wyznaczyć ciśnienie statyczne panujące w drugiej części przewodu, gdzie d_2=470 mm. Przyjąć gęstość wody równą 1000 kg/m^3.

ZADANIE 12

Przewód, którym płynie woda, nachylony pod kątem do poziomu ma taki sam przekrój na całej długości d=50 mm. Poziom odniesienia z_1 wynosi 1 m natomiast poziom odniesienia z_2 jest równy 0,4 m. Objętościowe natężenie przepływu wody wynosi 0,02 m^3/s. Ciśnienie statyczne w pierwszej części przewodu wynosi natomiast 1,03 mH_2O. Wyznaczyć ciśnienie statyczne panujące w drugiej części przewodu. Gęstość wody jest równa 1000 kg/m^3.

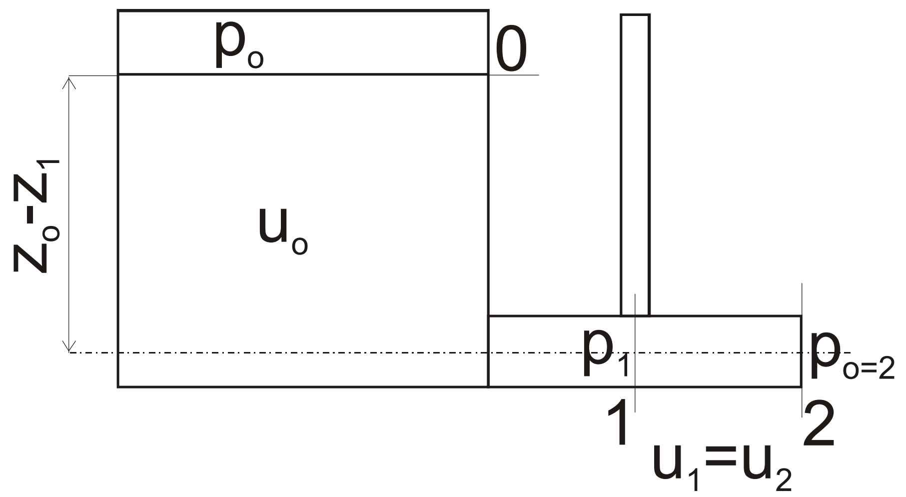
www.agh.edu.pl

AGH

ZADANIE 13

Przewód jest usytuowany pod kątem do poziomu. Średnica w pierwszej części przewodu wynosi 75 mm. Wysokość odniesienia z_1 stanowi 5/4 wysokości z_2, która jest równa 0,6 m. Prędkość przepływu cieczy w drugiej części przewodu u_2= 3,1m/s. W ciągu 1 sek. transportowane jest 2,03 kg cieczy o gęstości 779,1 kg/m^3. Wyznaczyć wartość ciśnienia statycznego w pierwszej części przewodu, wiedząc, że natomiast drugiej części wynosi ono 0,4 mH_2O. Wyznaczyć także z_1 i d_2.

www.agh.edu.pl



ZADANIE 14

Na rysunku przedstawiono wygląd zbiornika z wodą i rurociągu, obliczyć h_{str}:

a) pomiędzy zbiornikiem i przekrojem 2,

b) pomiędzy przekrojem 1 i 2,

Ciśnienie statyczne w zbiorniku p_0 wynosi 760 mmHg, woda z przekroju 2 wylewa się do atmosfery, ciśnienie statyczne p_1 wynosi natomiast 800 mmHg. Różnica pomiędzy wysokością odniesienia z_0 i z_2 wynosi 2 m, prędkość przepływu wody ze zbiornika do rury u_0 wynosi 0,0004 m/s natomiast prędkość $u_1=u_2$ i wynosi 1,7 m/s. Przyjąć gęstość wody równą 1000 kg/m^3.

www.agh.edu.pl

ZADANIE 15

Przewód, który transportuje wodę (ρ_l=1000 kg/m^3) jest nachylony pod kątem do poziomu. Poziom odniesienia z_1 wynosi 1,2 m natomiast z_2=0,6 m. Przewód transportuje 76 kg wody na minutę, średnica w przekroju 1 wynosi 50 mm, średnica w przekroju 2 stanowi 86% średnicy d_1. Ciśnienia statyczne wynoszą odpowiednio p_1=8 mH_2O natomiast p_2=4,5 mH_2O. Obliczyć h_{str} pomiędzy przekrojami 1 i 2.

ZADANIE 16

Przewodem prostoliniowym o średnicy 120 mm i długości 120 m przepływa woda w temperaturze 20^{o}C z liniową prędkością 1,2 m/s. Współczynnik lepkości dynamicznej dla wody w tej temperaturze wynosi 1 cP, gęstość jest bliska 1000 kg/m^3. Obliczyć objętościowe natężenie przepływu i straty ciśnienia wywołane tarciem wewnętrznym. Opory lokalne pominąć.

ZADANIE 17

Woda wodociągowa o temperaturze 10^{o}C jest transportowana pionową rurą o średnicy 130 mm i wysokości 15000 mm do aparatu umieszczonego na trzeciej kondygnacji hali technologicznej. Obliczyć straty ciśnienia spowodowane przepływem 3,5 litra wody na sekundę. (ρ_L=1000 kg/m^3, η=1,3071 cP).

AGH
www.agh.edu.pl

AGH

ZADANIE 18

Oblicz objętościowe natężenie przepływu płynu poruszającego się ruchem laminarnym w przewodzie o powierzchni przekroju 10 cm^2, którego prędkość w osi przewodu wynosi u=2 cm/s.

ZADANIE 19

Rurociągiem o średnicy 120 mm, w temperaturze 30^{o}C, ruchem laminarnym płynie roztwór gliceryny z prędkością średnią 5 m/s. Obliczyć straty ciśnienia spowodowane występowaniem sił tarcia wewnętrznego i objętościowe natężenie przepływu wiedząc, że lepkość kinematyczna gliceryny w w/w temperaturze wynosi $5{,}3 \cdot 10^{-4}$ m^2/s, gęstość roztworu gliceryny jest równa 1190 kg/m^3 a długość rurociągu wynosi natomiast 4000 mm.

www.agh.edu.pl