

## Zestaw 1: Wiadomości wstępne

**Zad 1)** Zastosuj odpowiednie wzory skróconego mnożenia:

- a)  $(\sqrt{2} + \sqrt{8})^2$     b)  $(ab^2 - ab)^2$     c)  $(x^2 + y^2)^3$     d)  $(\sqrt{x} - 2x^3)^3$     e)  $(a + b)^2 - (a - b)^2$   
f)  $(2x - 1)^2 - (x + 2)^2 + (2x - 1)(1 - 2x)$     g)  $(x + yz^2)(z^2y - x)$     h)  $(2x^2 - y^3)(4x^4 + 2x^2y^3 + y^6)$   
i)  $(a + ab)(a^2 - a^2b + a^2b^2)$     j)  $x^2 - 6xy + 9y^2$     k)  $4x^4 + 8x^2y^2 + 4y^4$     l)  $a^6 - a^3b^3 - 3a^5b + 3a^4b^2$

**Zad 2)** Uprość wyrażenia:

- a)  $\frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^2 + x}$     b)  $\frac{x}{x^2} \cdot \frac{6x}{6 + 2x}$     c)  $\frac{2y}{2\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{y(1 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + y^2}})}{x + \sqrt{x^2 + y^2}}$     d)  $\frac{\frac{\frac{x}{y} - \frac{y}{x-3}}{(x^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{2}})^2 - \frac{x+1+y^2}{x}}}{y^{-2} \cdot \sqrt[3]{27 - 27x + 9x^2 - x^3}}$   
e)  $\frac{x\left(\frac{\sqrt{x+\sqrt{y}}}{2y\sqrt{x}}\right)^{-1} + y\left(\frac{\sqrt{x+\sqrt{y}}}{2x\sqrt{y}}\right)^{-1}}{\left(\frac{x+\sqrt{xy}}{2yx}\right)^{-1} + \left(\frac{y+\sqrt{xy}}{2yx}\right)^{-1}}$     f)  $\frac{\sqrt{\frac{1+a}{1-a}} + \sqrt{\frac{1+a}{1+a}}}{\sqrt{\frac{1+a}{1-a}} - \sqrt{\frac{1+a}{1+a}}} - \frac{1}{a}$     g)  $\frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}{(a^2 - ab)^{\frac{2}{3}}} : \frac{a^{-\frac{2}{3}} \sqrt[3]{a-b}}{a\sqrt{a-b}\sqrt{b}}$   
h)  $\frac{a^{\frac{4}{3}} - 8a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}} + 2\sqrt[3]{ab} + 4b^{\frac{2}{3}}} : \left(1 - 2\sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right)$     i)  $\left[\left(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{a}\right)^{-1} + \left(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{a}\right)^{-1}\right]^{-2} : \frac{x-a}{4\sqrt{x+4}\sqrt{a}}$

**Zad 3)** Naszkicuj wykres funkcji  $x \rightarrow x^2 - 8x + 15$ , a następnie rozwiąż graficznie nierówności:

- a)  $x^2 - 8x + 15 > 0$     d)  $x^2 - 8x + 15 \leq 0$   
b)  $x^2 - 8x + 15 \geq 0$     e)  $x^2 - 8x + 15 \geq -1$   
c)  $x^2 - 8x + 15 < 0$     f)  $x^2 - 8x + 15 \leq 8$

**Zad 4)** Zapisz w postaci iloczynu czynników nierozkładalnych:

- a)  $x^3 + 4x^2 - 24$     b)  $x^3 - 4x^2 + x + 6$     c)  $x^4 - x^3 - 9x^2 + 11x + 6$

**Zad 5)** Rozwiąż nierówności:

- a)  $-x^2 + 3x - 2 > 0$     b)  $x^2 - 5x + 7 \geq 0$     c)  $x^4 - x^3 - 9x^2 + 11x + 6 \geq 0$   
d)  $(x - 1)^4(x - 2)(x - 5)^3 < 0$     e)  $(x - 1)^4(x - 2)(x - 5)^3 \leq 0$   
f)  $(x - 1)^4(x - 2)(5 - x)^3 \geq 0$     g)  $x^4 + x^3 - x - 1 > 0$

**Zad 6)** Rozwiąż równania:

- a)  $\frac{2x+1}{x} + \frac{4x}{2x+1} = 5$     b)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x(x+1)(x+2)}$     c)  $\frac{6}{(x+1)(x+2)} + \frac{8}{(x-1)(x+4)} = 1$

**Zad 7)** Rozwiąż nierówności:

- a)  $2 + \frac{3}{x+1} \geq \frac{2}{x}$     b)  $\frac{2x}{x^2-9} \leq \frac{1}{x+2}$

**Zad 8)** Rozwiąż równania:

- a)  $|x - 3| = x$     b)  $|x^2 - 1| = |x + 5|$     c)  $||3 - 2x| - 1| = 2x$

**Zad 9)** Rozwiąż nierówności:

- a)  $|x + 3| < 7$     b)  $|2x - 8| \geq 5$     c)  $|1 - 3x| - |2x + 3| \geq 3$     d)  $|2x - 3| \geq 4x$

**Zad 10)** Rozwiąż równanie:

- a)  $\sqrt{x+4} = 5 - \sqrt{x+9}$

**Zad 11)** Rozwiąż nierówności:

- a)  $\sqrt{x+5} > 7 - x$     b)  $\sqrt{9 - x^2} > x$     c)  $\sqrt{4 - x} > x - 5$     d)  $\sqrt{4 - x} < x - 5$