Lista zadań nr.4 z równań różniczkowych zwyczajnych
Wyznaczyć rodzinę krzywych ortogonalnych do podanej rodziny krzywych gdzie c-jest dowolną stałą:

Zadanie 1
$y = \frac{c}{x}$

Zadanie 2
$y = \frac{cx}{1+x}$

Zadanie 3
$y = c(1 - sinx)$

Zadanie 4
$y = cx^2$

Zadanie 5
$y = (x - c)^2$

Zadanie 6
$cx^2 + y^2 = 1$

Zadanie 7
$2x^2 + y^2 = c^2$

Zadanie 8
$y = ce^{-x}$

Zadanie 9
$y^2 = cx^3$

Zadanie 10
$y = \frac{x}{1+cx}$

Zadanie 11
$y = \frac{1+cx}{1-cx}$

Zadanie 12
$x^2 + y^2 = 2cx$

Zadanie 13
$2x^2 + y^2 = 4cx$

Zadanie 14
$y^3 + 3x^2y = c$

Zadanie 15
$y = \dfrac{c}{1+x^2}$

Zadanie 16
$y = \dfrac{1}{c+x}$

Zadanie 17
$x^2 + y^2 = c^2$

Zadanie 18
$y^2 = cx$

Zadanie 19
$xy = c$

Zadanie 20
$(x-1)^2 + y^2 = c^2$

Zadanie 21
$cx^2 + y^2 = 1$

Dla problemu początkowego:

$$x'(t) = f\left(t, x(t)\right), \quad x(t_0) = x_0, \quad \text{gdzie } t \in I, \;\; x_0 \in \mathbb{R} \tag{1}$$

ciąg przybliżeń

$$x_1(t) = x_0, \qquad x_{n+1}(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} f(s, x_n(s))ds$$

jest zbieżny do rozwiązania problemu (1).
Dla poniższych problemów początkowych wyznaczyć pierwsze trzy przybliżenia $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$:

Zadanie 22
$x' = x - 1, \quad x(0) = 2$

Zadanie 23
$x' = -x, \quad x(0) = 1$

Zadanie 24
$x' = -t - x^2, \quad x(0) = 0$

Zadanie 25
$x' = x^2 + 3t^2 - 1, \quad x(1) = 1$

Zadanie 26
$x' = t + x, \quad x0() = 1$

Zadanie 27
$x' = 2tx, \quad x(0) = 1$

Zadanie 28
$x' = -2tx + t, \quad x(0) = 0$

Zadanie 29
$x' = -x^2, \quad x(0) = 0$

Zadanie 30
$x' = 2e^t - x, \quad x(0) = 1$

Zadanie 31
$x' = 1 + x^2, \quad x(0) = 1$

Zadanie 32
$x' = 2t(1 + x), \quad x(0) = 0$

Zadanie 33
$x' = 1 - x^3, \quad x(-1) = 3$

Zadanie 34
$x' = 2(x + 1), \quad x(0) = 0$

Zadanie 35
$x' = -x - 1, \quad x(0) = 0$

Zadanie 36
$x' = -\frac{1}{2}x + t, \quad x(0) = 0$

Zadanie 37
$x' = x + 1 - t, \quad x(0) = 0$

Zadanie 38
$x' = tx + 1, \quad x(0) = 0$

Zadanie 39
$x' = t^2 x - t, \quad x(0) = 0$

Zadanie 40
$x' = t^2 + x^2, \quad x(0) = 0$

Zadanie 41
$x' = -\sin(x) + 1, \quad x(0) = 0$

Zadanie 42
$x' = t^2 + x, \quad x(0) = 1$

Zadanie 43
$x' = t + x^2, \quad x(0) = -1$

Zadanie 44
$x' = tx + \sin t, \quad x(0) = 0$

Zadanie 45
$x' = \frac{x}{t} + t, \quad x(1) = 0$

Zadanie 46
$x' = \frac{t}{x}, \quad x(0) = 1$

Zadanie 47
$x' = tx^2, \quad x(1) = 1$

Zadanie 48
$x' = x + \sqrt{t}, \quad x(1) = 1$

Nie rozwiązując równania określić czy poniżej podany problem poczatkowy ma rozwiązanie w podanym przedziale i czy to rozwiązanie jest dokładnie jedno:

Zadanie 49
$y'(t) + \frac{1}{t-2} y(t) = \sqrt{t}, \quad 3 < t < 5, \quad y(4) = 10$

Zadanie 50
$y'(t) + t^3 = \sin t, \quad -10 < t < 10, \quad y(8) = 1000$

Zadanie 51
$y'(t) + \frac{1}{t} y(t) = \sin t, \quad -10 < t < 10, \quad y(8) = 1$

Zadanie 52
$y'(t) + \frac{1}{(t-3)^3} y(t) = e^{-t^2}, \quad 2 < t < 5, \quad y(4) = 10$

Zadanie 53
$y'(t) + \cos(t)\, y(t) = \dfrac{1}{t-3}, \quad 4 < t < 6, \quad y(5) = -10$

Zadanie 54
$y'(t) + \sin(t)\, y(t) = \dfrac{1}{t+1}, \quad -2 < t < 5, \quad y(1) = 0$

Zadanie 55
$y'(t) + \mathrm{tg}(t)\, y(t) = \dfrac{1}{t^2+1}, \quad -1 < t < 2, \quad y(1) = 0$

W następujących zadaniach wyznaczyć obszar Ω w którym równanie będzie miało dokładnie jedno rozwiązanie:

Zadanie 56
$y' = y^{2/3}$

Zadanie 57
$y' = \sqrt{xy}$

Zadanie 58
$xy' = y$

Zadanie 59
$y' - y = \sqrt{x}$

Zadanie 60
$(4 - y^2)y' = x^2$

Zadanie 61
$(1 + x^3)y' = x^2$

Zadanie 62
$(x^2 + y^2)y' = y^2$

Zadanie 63
$(y - x)y' = y + x$

Zadanie 64
$y' = x^3 \cos x$

Zadanie 65
$y' = (x-1)e^{y/(x-1))}$

Zadanie 66
$y' = 1 + y^2$

Zadanie 67
$y' = \sqrt{y^2 - 9}$

Zadanie 68
$xy' = y \operatorname{tg} x$

Zadanie 69
$(1 - \sqrt{y})y' = x + y$

Zadanie 70
$(y')^2 = x - y$

Zadanie 71
$y' = 2xy + y^2$

Zadanie 72
$y' = 2 + (y - 2x)^{1/3}$

Zadanie 73
$(x - 2)y' = \sqrt{y} - x$

Zadanie 74
$y' = 1 + \operatorname{tg} y$

Zadanie 75
$(y - x)y' = y \ln x$

Zadanie 76
$xy' = y + \sqrt{y^2 - x^2}$