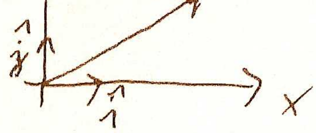
WEKTORY

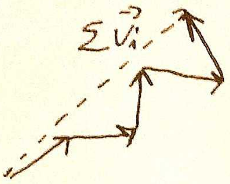
$\vec r$ – położenia, od $P(0,0)$

$\vec r = (r_x, r_y) = r_x \cdot \hat i + r_y \cdot \hat j$

$\vec r = 3\hat i + 2\hat j$



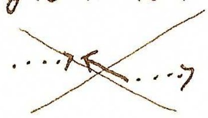
$\sum_{i=1}^{n} \vec V_i = \vec V_1 + \vec V_2 + \vec V_3 + \dots + \vec V_n$:



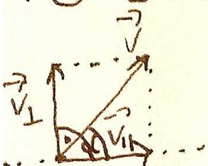
„Ścieżka" $= (\Sigma V_{x_i}, \Sigma V_{y_i})$

Znak $\ominus$: $\vec V \to -\vec V$

Dalej układamy grotami.

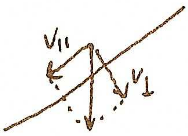


Rozkład $\vec V$ na składowe $V_\parallel, V_\perp$ = suma składowych:



$\vec V = \vec V_\perp + \vec V_\parallel$, $\vec V_\perp = \vec V - \vec V_\parallel$

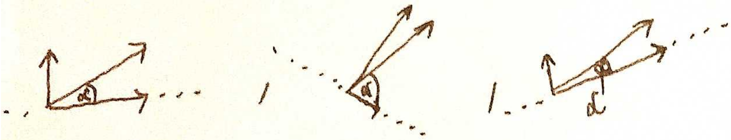
kierunek, wg którego rozkładamy, np. powierzchnia równi:



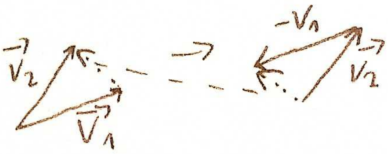
$V_\parallel = \cos\alpha \cdot |\vec V|$ (= $\vec V \circ$ wersor wzdłuż kierunku)

$V_\perp = \sin\alpha \cdot |\vec V|$

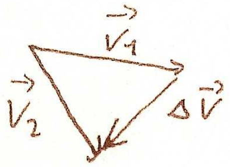
Składowe zawsze pod kątem $90° = \frac{\pi}{2}$:



Różnica $\vec V_2 - \vec V_1$ $(= \Delta \vec V)$:



$\Delta = \dots_2 - \dots_1$, od '1' do '2' :



$\vec{V_2} \circ \vec{V_1}$ – iloczyn dający skalar (np. m – masa, ale tu inaczej: W – praca, E – energia, S – pole)

$\vec{V_2} \circ \vec{V_1} = V_{2x} \cdot V_{1x} + V_{2y} \cdot V_{1y}$

$= |\vec{V_2}| \cdot |\vec{V_1}| \cdot \cos\alpha$

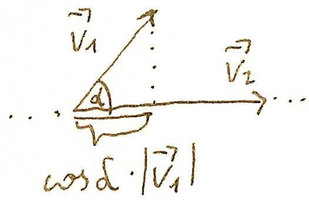
Np. $W = \vec{F} \circ \vec{s}$
skalar = skalar

$= (V_{2x} \cdot \hat{i} + V_{2y} \cdot \hat{j}) \circ (V_{1x}\hat{i} + V_{1y}\hat{j}) =$

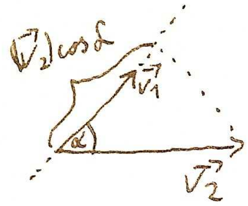
$= V_{2x} V_{1x} \underbrace{\hat{i} \circ \hat{i}}_{|1| \cdot |1| \cdot \cos 0^\circ = 1} + V_{2x} V_{1y} \underbrace{\hat{i} \circ \hat{j}}_{|1| \cdot |1| \cdot \cos 90^\circ = 0} + V_{2y} V_{1x} \underbrace{\hat{j} \circ \hat{i}}_{0} + V_{2y} V_{1y} \underbrace{\hat{j} \circ \hat{j}}_{1}$

Inaczej to dł. $\vec{V_2}$ × dł. rzutu $\vec{V_1}$ na kierunek $\vec{V_2}$:

$|\vec{V_2}| \cdot |\vec{V_1}| \cos\alpha$

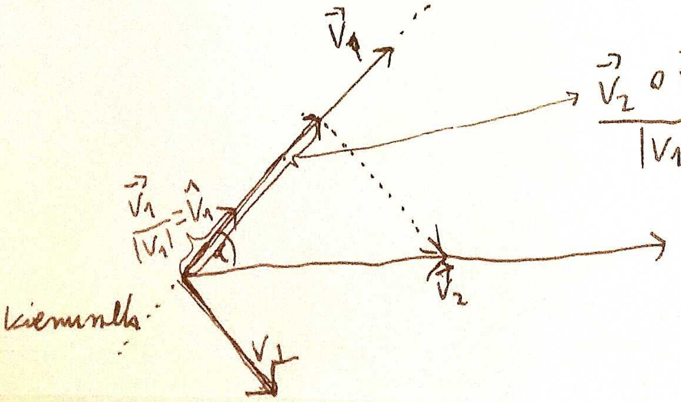


Analogicznie $\vec{V_2} \circ \vec{V_1} = |\vec{V_1}| \cdot \underbrace{|\vec{V_2}| \cos\alpha}_{\text{rzut } \vec{V_2} \text{ na } \vec{V_1}}$:



Rzut $\vec{V_2}$ na kierunek to $|\vec{V_{2\parallel}}|$.

$|\vec{V_{\parallel}}| \cdot \underbrace{\frac{\vec{V_1}}{|\vec{V_1}|}}_{\text{długość}=1\text{, ale nadające kierunek.}}$ – wektor równoległy do kierunku $\vec{V_1}$.



$\frac{\vec{V_2} \circ \vec{V_1}}{|V_1|} = |V_2| \cos\alpha = |V_{\parallel}|$

$\vec{V_2} - |V_{\parallel}| \cdot \hat{V_1} = V_\perp$

$\vec{v}_2 \times \vec{v}_1$ – iloczyn dający wektor (np. $\vec{M}$ – moment siły, $\vec{L}$ – moment pędu)
(pseudowektor)

$$\vec{v}_2 \times \vec{v}_1 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_{2x} & v_{2y} & v_{2z} \\ v_{1x} & v_{1y} & v_{1z} \end{vmatrix} =$$

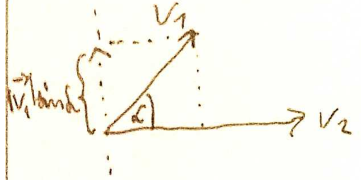
$$= \hat{i} \cdot (v_{2y} v_{1z} - v_{1y} v_{2z}) + \hat{j} \dots + \hat{k} \dots =$$

$$= (v_{2y} v_{1z} - v_{1y} v_{2z}, \dots, \dots)$$

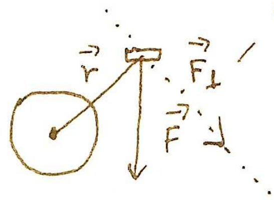
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Gdy $v_{iz} = 0$ ($\vec{v}_1$ i $\vec{v}_2$ w płaszczyźnie XY) mamy tylko składową przy $\hat{k}$ – iloczyn prostopadły do $\vec{v}_1$ i do $\vec{v}_2$.

$\vec{v}_2 \times \vec{v}_1 = |\vec{v}_2| |\vec{v}_1| \cdot \sin\alpha$ – rzut prostopadły:



$$|v_2| \cdot \underbrace{|v_1| \sin\alpha}_{\text{rzut} \perp \text{do } v_2}$$



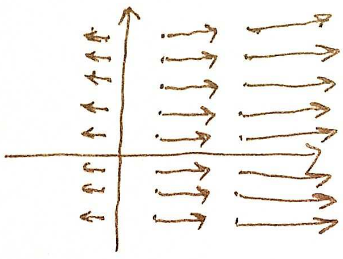
tylko ona przekręci zębatkę

korba w rowerze.

W $\vec{F} \circ \vec{s}$ liczy się tylko składowa $F_\parallel$ równoległa do $\vec{s}$.

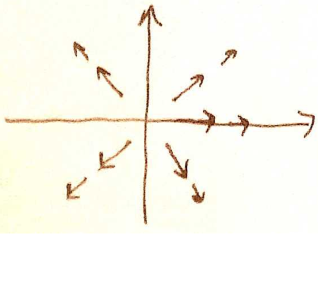
W $\vec{r} \times \vec{F}$ liczy się tylko $F_\perp$ prostopadłe do $\vec{r}$.

Pole wektorowe:



$$\vec{F}(x, y, z) = (F_x(x,y,z), F_y(x,y,z), F_z(x,y,z))$$

Tu $\vec{F} = (\underset{F_x}{x}, \underset{F_y}{0}, \underset{F_z}{0})$.



$$\vec{F} = \underbrace{\frac{1}{|\vec{r}|}}_{\text{wartość}} \cdot \underbrace{\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}}_{\text{kierunek}} = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \cdot \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \frac{y}{|\vec{r}|}, \frac{z}{\vec{r}} \right)$$

$$F_i = \frac{i}{x^2+y^2+z^2}, \quad i = \{x, y, z\}$$