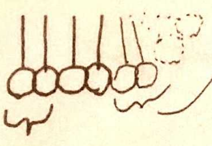
Kulki Newtona



ZZP: $m\cdot\vec{v}\cdot 2 = \text{const}(t)$

ZZE: $2\cdot\frac{mv^2}{2} = \text{const}(t)$ dla zderzenia

$m\cdot\vec{v}\cdot 2 = (2m)\cdot\vec{v} = 1m\cdot(2\vec{v}) = 4m\cdot\frac{1}{2}\vec{v} = p_{TOT}$

Wg ZZP może być różnie. Dla E_k:

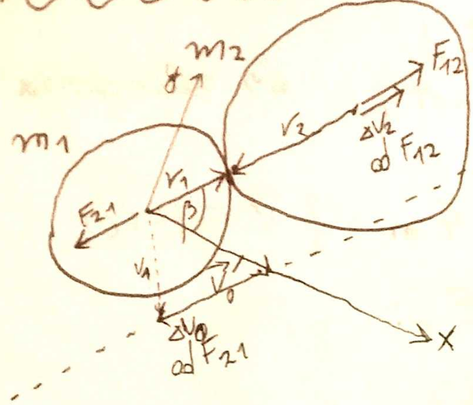
$2m\cdot\vec{v}$ dla $E_k = \frac{2m\cdot v^2}{2}$ – zgadza się.

$1m\cdot 2\vec{v}$ dla $\frac{1m\cdot(2v)^2}{2} = \frac{4mv^2}{2}$ – 2x za dużo E_k.

$4m\cdot\frac{1}{2}\vec{v}$ dla $\frac{4m\cdot(\frac{1}{2}v)^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$ – 2x za mało E_k.

Po zderzeniu 6 kulek ma pęd $2m\vec{v}$. Ponieważ nie tracą i nie dostają energii, to mają $E_k = \frac{2m(\vec{v})^2}{2}$. Zderzenie musi realizować się tak, aby poleciały dalej 2 kulki z prędkością $\vec{v}$.

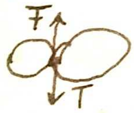
Zderzenie kul



Sprężyste – E nie jest tracona

Niecentralne – $\vec{V}_0$ nie jest do środka 2. kulki.

Kule muszą się stykać tak, że $r_1 \parallel r_2$ – jak inaczej?

Siły muszą być wzdłuż promieni – zderzenie trwa krótko, kule oddziałują tylko ~~do~~ dokładnie w swoje strony. ΔV_0 i ΔV_2 pochodzą od $a_{1,2}$ od F_{12} i F_{21} – są wzdłuż jednego kierunku. Jeśli uwzględnimy tarcie to  T będzie obracało kule. $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{T}$ da $\varepsilon \rightarrow$ dla ω.

(F daje $a \rightarrow$ daje Δv).

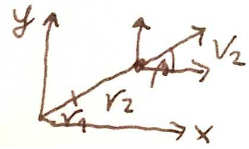
Pełne rozwiązanie to $\vec{V}_1$ i $\vec{V}_2$, czyli V_{1x}, V_{1y} i V_{2x}, V_{2y} albo V_1, α i V_2, β itp. – łącznie 4. niewiadome.

ZZE: $$\frac{m_1 V_0^2}{2} = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{m_1(V_{1x}^2 + V_{1y}^2)}{2} + \frac{m_2(V_{2x}^2 + V_{2y}^2)}{2}$$

ZZP: $m_1 \vec{V}_0 = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2$ 2 równania

$$m_1 V_{0x} = m_1 V_{1x} + m_2 V_{2x}$$

$$\underbrace{m_1 V_{0y}}_{0} = m_1 V_{1y} + m_2 V_{2y}$$

4. rów.:  $V_{2x} \cdot tg\beta = V_{2y}$

Układ 4. równań:

$$\begin{cases} V_{1y} = -\frac{m_2}{m_1} V_{2y} \\ V_{1x} = V_{0x} - \frac{m_2}{m_1} V_{2x} \\ V_{0x}^2 = V_{1x}^2 + V_{1y}^2 + \frac{m_2}{m_1}\left(V_{2x}^2 + V_{2y}^2\right) \\ V_{2y} = V_{2x} \cdot tg\,\beta \end{cases}$$

nieliniowy. Rozwiązujemy na piechotę, aż mamy:

$$V_{1x} = f_1\left(\frac{m_2}{m_1}, V_{0x}, \beta\right)$$

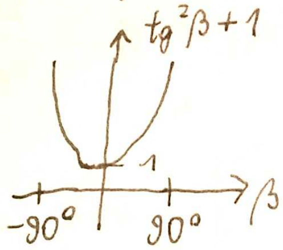
$$V_{1y} = f_2\left(\frac{m_2}{m_1}, V_{0x}, \beta\right) \quad \text{itd.}$$

niewiadome dane

Rozwiązanie:

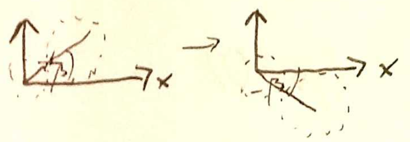
$$\begin{pmatrix} V_{1x} \\ V_{1y} \\ V_{2x} \\ V_{2y} \end{pmatrix} = \frac{V_{0x}}{(tg^2\beta + 1)\frac{m_2}{m_1} + tg^2\beta + 1} \cdot \begin{pmatrix} (tg^2\beta - 1)\frac{m_2}{m_1} + tg^2\beta + 1 \\ -2 \cdot tg\,\beta \cdot \frac{m_2}{m_1} \\ 2 \\ 2\,tg\,\beta \end{pmatrix}$$

$$\left[\frac{m}{s}\right] = \left[\frac{\frac{m}{s}}{1}\right] \cdot [1]$$



Teraz można analizować:

1) Dla $\beta \to -\beta$ zmieniają się składowe y:



2) Dla $\beta = 0$ (zderzenie centralne) mianownik $= \frac{m_2}{m_1} + 1$, składowe $y = 0$ -> nie ma ruchu wzdłuż y - zgadza się.

$$V_{1x} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot V_{0x}$$ - dla $m_2 \to \infty$ $V_{1x} = -V_{0x}$ - odbicie od ściany ($m_2 = \infty$)

$$V_{2x} = \frac{2m_1}{m_2 + m_1} \cdot V_{0x}$$

ZZP: $$\underbrace{\frac{(m_1 - m_2)m_1}{m_1 + m_2} V_{0x}}_{m_1 V_{1x}} + \underbrace{\frac{2m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} V_{0x}}_{m_2 V_{2x}} = \underbrace{\frac{m_1(\cancel{m_1 - m_2 + 2m_2})}{\cancel{m_1 + m_2}} \cdot V_{0x}}_{m_1 V_{0x}}$$

) Dla $m_2 \to \infty$:

$V_{2x}, V_{2y} \to 0$

$$V_{1x} \to V_{0x} \cdot \frac{tg^2\beta - 1}{tg^2\beta + 1}$$

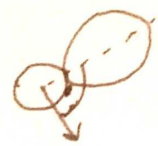
$$V_{1y} \to -V_{0x} \cdot \frac{2\, tg\beta}{tg^2\beta + 1}$$

Dla $\beta = 0$ już było

Dla $\beta = 90°$:

$V_{1x} = V_{0x}$

$V_{1y} = 0$



nie ma zderzenia

4) Dla $m_1 \to \infty$:

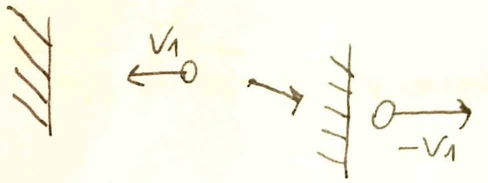
$V_{1x} = V_{0x}$, $V_{1y} = 0$ – kula '1' leci bez zakłóceń.

$$\left.\begin{array}{l} V_{2x} \to V_{0x} \cdot \dfrac{2}{tg^2\beta + 1} \\ V_{2y} \to V_{0x} \cdot \dfrac{2\, tg\beta}{tg^2\beta + 1} \end{array}\right\}$$

Dla $\beta = 0$:

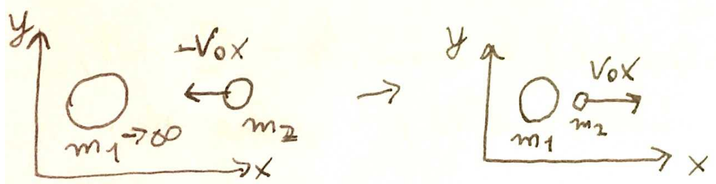
$V_{2x} = 2V_{0x}$?

$V_{2y} = 0$



$\Delta V = -V_1 - V_1 = -2V_1$

Tu popatrzmy w układzie kuli '1': ($\beta = 0$)



$\Delta V = -V_{0x} - V_{0x} = -2V_{0x}$

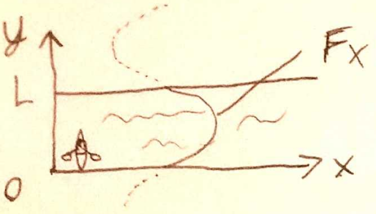
Kula '2' zderza się z nadlatującą ścianą ($m_1 \to \infty$):

$\Delta v = 0 - (-2v_{0x}) = 2v_{0x}$

Stąd $v_{2x} = 2v_{0x}$

Tu $\Delta p = 2m_2 v_{0x}$ przechodzi na kulę '1', ale $\Delta p = \underset{\to\infty}{m}\, \underset{\to 0}{\Delta v} = 2m_2 v_{0x}$

Ruch przez rzekę:



zależy od czasu, $F=F(t)$

$$F_x(y) = A\cdot \sin\left(\frac{2\pi y}{2L}\right) = m a_x$$

okres

Dla y mamy $v_y = const(t)$, $F_{op.} = 0$, $x(t), y(t) = ?$

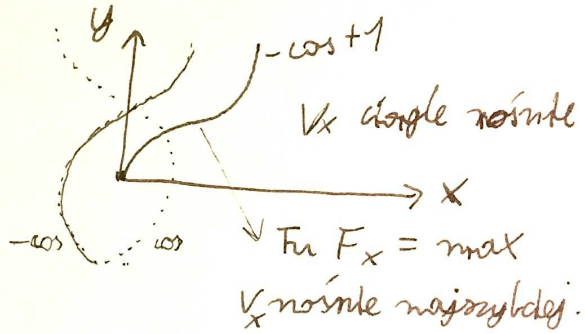
$$y(t) = \cancel{y_0} + v_{0y} t + \frac{\cancel{a_y} t^2}{2}$$ (siła stała, równa 0)

$$\ddot{x} = \frac{A}{m}\sin\left(\frac{\cancel{2}\pi\cdot v_y t}{\cancel{2}L}\right) = \frac{dv_x}{dt}$$ (siła niestała, $x \neq x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$)

$$\int_{v_x=0}^{v(t)} dv_x = \int_{t=0}^{t=t}\frac{A}{m}\sin\frac{\pi v_y t}{L}\,dt$$

$$[v_x]_0^{v(t)} = \frac{A}{m}\cdot\frac{L}{\pi v_y}\cdot\left[-\cos\frac{\pi v_y t}{L}\right]_{t=0}^{t=t}$$

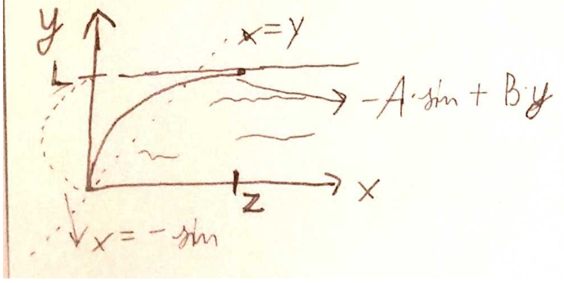
$$v_x(t) = \frac{A}{m}\frac{L}{\pi v_y}\cdot\left(-\cos\frac{\pi v_y \cancel{t}}{L}+1\right) \quad y$$



$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{AL}{m\pi v_y}\cdot\left(-\cos\frac{\pi v_y t}{L}+1\right)$$

$$\int_{x=0}^{x=x(t)} dx = \frac{AL}{m\pi v_y}\int_{t=0}^{t=t}\left(-\cos\frac{\pi v_y t}{L}+1\right)dt$$

$$x(t) = \frac{AL}{m\pi v_y}\cdot\left[\frac{-L}{\pi v_y}\sin\frac{\pi v_y t}{L} + t\right]_0^t = \frac{AL}{m\pi v_y}\cdot\frac{-L}{\pi v_y}\sin\frac{\pi y}{L} + \frac{y}{v_y} = x(y)$$



$$x(y) \overset{y=L}{=} x(L) = Z$$