

# Fizyka Techniczna, Matematyka II, Zestaw 4

## Równania różniczkowe zwyczajne drugiego rzędu

1. Rozwiąż poniższe równania różniczkowe. Wskaż i nazwij składowe rozwiązania ogólnego.

(a) $y'' - 3y' + 2y = x^2 + 1,$	(g) $y'' + y' - 2y = e^{-2x},$
(b) $y'' + y = x + 1,$	(h) $y'' - a^2y = e^{bx},$
(c) $2y'' - 3y' = x^2 - 3,$	(i) $y'' - 4y = \cos x + 2 \sin x,$
(d) $y'' + y = x^3 + 2x,$	(j) $y'' + 2y' + y = 4 \cos 2x,$
(e) $y'' + y' - 2y = e^{-x},$	(k) $y'' + 4y = \sin 2x,$
(f) $2y'' - 5y' + 2y = 2(x + 2)e^x,$	(l) $y'' - 2y' + 10y = 24e^x \cos 3x,$

2. Rozwiąż równania różniczkowe:

(a) $y'' + 3y' + 2y = 12e^{2x} + 18e^x,$
(b) $y'' + 3y' = x + 3e^{2x},$
(c) $y'' + 4y' + 4y = 2e^{-2x} + (36x^2 - 12x - 10)e^{4x},$
(d) $y'' + 16y = 34e^x + 16 \cos 4x - 8 \sin 4x.$

3. Metodą uzmienniania stałej rozwiąż równania:

(a) $y'' - y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}},$	(c) $y'' - y = \frac{8}{e^{2x} + 1},$
(b) $y'' + y = \frac{1}{\cos x},$	(d) $y'' - 4y' + 5y = e^{2x} \operatorname{tg} x,$
(e) $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}, y(1) = 2e, y'(1) = 5e.$	

4. Rozwiąż podane równania z podanymi warunkami:

(a) $y'' + y = 4(1 + x), y(0) = 2, y'(\pi) = 1,$
(b) $y'' + 6y' + 9y = 10 \sin x, y(0) = 2/5, y'(0) = 1/5,$
(c) $y'' - 4y' + 13y = \frac{1}{e^{2x}}, y(0) = 0, y'(0) = 4,$
(d) $y'' - 4y' + 4y = 2e^{2x}, y(0) = 0, y'(0) = 2.$

5. Dane jest równanie różniczkowe

$$y'' - 6y' + 13y = q(x).$$

Rozwiąż to równanie dla  $q(x) = 8e^{3x} + 6 \sin 2x$ . Podaj postać przewidywanej całki szczególnej tego równania dla  $q(x) = 5x^2 e^{3x} \sin 2x$ .

6. Rozwiąż równanie różniczkowe  $y'' + 9y = x \cos x$ . Podaj postać przewidywanej całki szczególnej dla równania  $y'' + 9y = x(1 + \cos 3x)$ .

7. Rozwiąż równanie różniczkowe  $y'' - 2y' = (x + 1)e^{2x}$ . Podaj postać przewidywanej całki szczególnej dla równania  $y'' - 2y' = 5 + 4x^2 e^{2x}$ .