

Kolokwium 1

Matematyka 2

26 kwietnia 2022

Zadanie 1 (12p). Oblicz następujące całki lub pokaż, że są one rozbieżne:

(a) $\int_0^{\infty} x^{22} e^{-x} dx,$

(b) $\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{\sin^2 x} dx.$

Zadanie 2 (13p). Rozwiąż równanie różniczkowe:

$$y'' + 9y = 12 \sin 3x + 9e^{3x}.$$

Zadanie 3 (13p). Zbadaj ciągłość funkcji:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (x - y)^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Zadanie 4 (12p). Znajdź równania stycznych do powierzchni o równaniu:

$$z = y + \ln \frac{x}{z}$$

w punktach $A = (1, 1, 1)$ i $B = (2, 2, 2)$. Napisz równanie ich wspólnej krawędzi.