

# Kolokwium 1

Matematyka 2

5 kwietnia 2023

**Zadanie 1** (8p+6p). Oblicz następujące całki lub pokaż, że są one rozbieżne:

$$(a) \int_0^1 \frac{x + \sin^2 x}{x^2 + \sin^3 x} dx,$$

$$(b) \int_{-\infty}^1 (x-1)^3 e^{4x} dx.$$

**Zadanie 2** (7p+7p). Rozwiąż równania różniczkowe:

$$(a) xy' \cos \frac{y}{x} = y \cos \frac{y}{x} - x, y(1) = \frac{\pi}{2},$$

$$(b) y' \sin x + y \cos x = \sin 2x.$$

**Zadanie 3** (12p). Oblicz, o ile istnieje, następującą granicę:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^4 + y^4}.$$

**Zadanie 4** (10p). Rozwiąż równanie różniczkowe:

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 3y = 2e^{-3x} \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = -6 \end{cases}$$