

Kolokwium 2

Matematyka 2

31 maja 2023

Zadanie 1 (10p). Wyznacz pochodną kierunkową funkcji $f(x, y) = \arctan \frac{x}{y} + \ln \sqrt{x^2 + y^2}$, w punkcie $M = (1, 2)$ w kierunku do punktu $N = (9, -4)$.

Zadanie 2 (12p). Wyznacz równanie prostej stycznej do krzywej:

$$\begin{cases} x(t) = 3t + 2 \\ y(t) = t^2 - 7 \\ z(t) = t - t^2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

w punkcie $P = (x_0, y_0, z_0)$ o współrzędnej $x_0 = 5$.

Zadanie 3 (13p). Oblicz całkę podwójną:

$$\iint_D (3x + 2y) dx dy,$$

gdzie D jest trójkątem o wierzchołkach $A = (0, 0)$, $B = (1, 1)$, $C = (3, 0)$.

Zadanie 4 (13p). Oblicz masę bryły ograniczonej przez powierzchnię stożka $z = \sqrt{x^2 + y^2} + 2$ oraz powierzchnię $z = x^2 + y^2$, której gęstość dana jest wzorem $\rho(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2}$.