

Kolokwium 2

Matematyka 2

13 czerwca 2025

Zadanie 1 (10p). Znajdź kąt między stycznymi do krzywej:

$$x^2 - y^2 = 4$$

w punktach $A = (\sqrt{6}, \sqrt{2})$ oraz $B = (-\sqrt{6}, \sqrt{2})$.

Zadanie 2 (10p). Wyznacz, o ile istnieje, potencjał pola wektorowego:

$$F = (e^{xy} + xye^{xy}, 2y + x^2e^{xy}).$$

Zadanie 3 (15p). Znajdź najmniejszą oraz największą wartość funkcji:

$$f(x, y) = x^2 + 2xy - 5x - 2y$$

w prostokącie $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2\}$.

Zadanie 4 (15p). Oblicz masę bryły ograniczonej przez powierzchnie:

$$z = x^2 + y^2, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1 \quad \text{oraz} \quad x^2 + y^2 = x,$$

której gęstość to $\rho(x, y, z) = 2z$.