

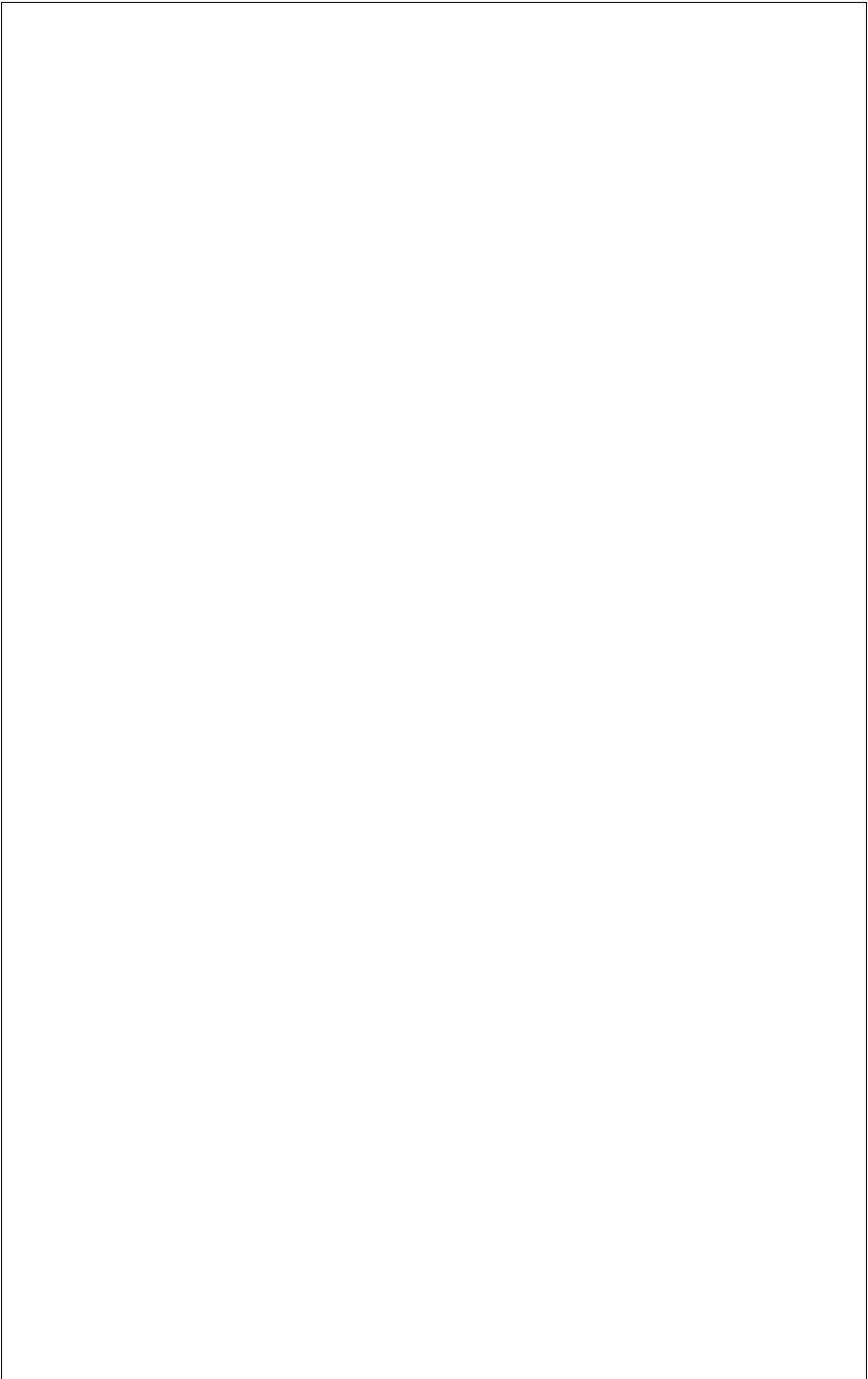
Imię i nazwisko: _____

Suma punktów: _____

1. **(13p.)** Znajdź największą i najmniejszą wartość funkcji określonej wzorem:

$$f(x, y, z) = x + y + z$$

na obszarze: $x^2 + y^2 \leq z \leq 1$.

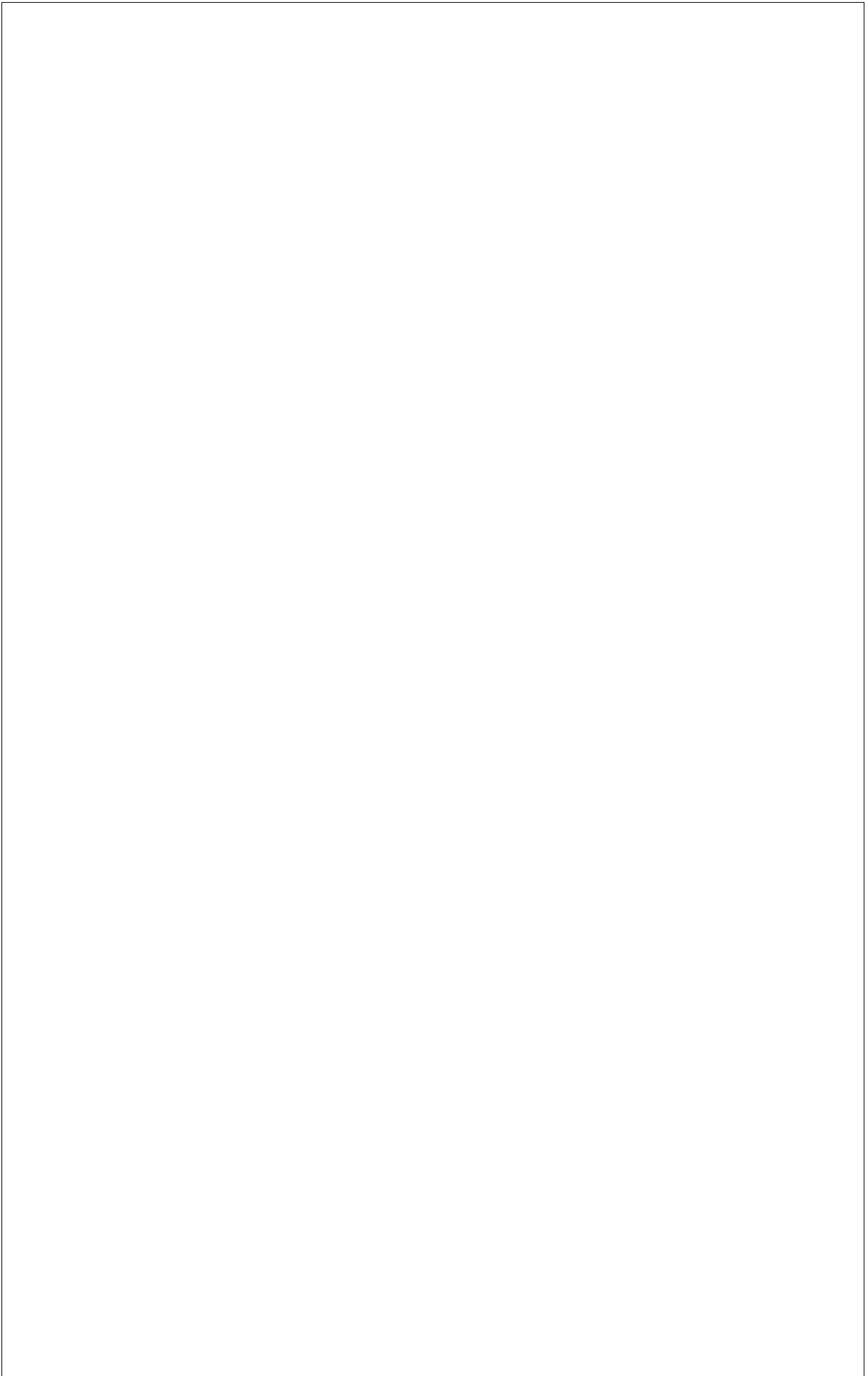


Imię i nazwisko: _____

2. (11p.) Oblicz masę bryły:

$$\Omega = \{(x, y, z) : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, \quad x \geq 0\},$$

jeżeli gęstość w danym punkcie jest równa kwadratowi jego odległości od osi z .



Imię i nazwisko: _____

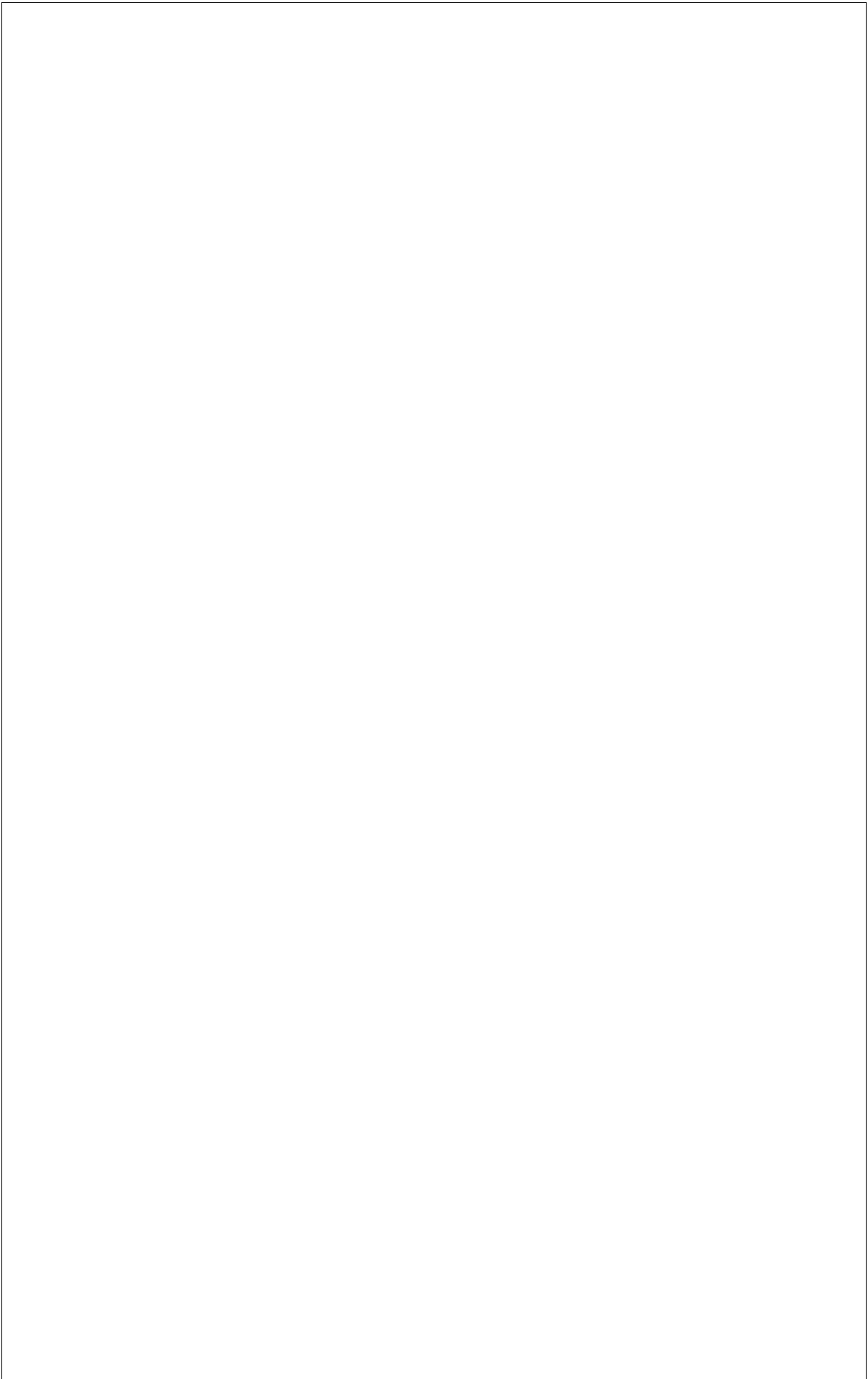
3. (11p.)

- a) Niech $\vec{F} = (P, Q)$ będzie polem wektorowym, gdzie $P(x, y) = y \cos(xy) + \cos x$ oraz $Q(x, y) = x \cos(xy) + \cos y$. Zbadaj, czy $\vec{F}$ jest polem potencjalnym. Jeśli tak, wyznacz potencjał.

- b) Oblicz:

$$\int_K P(x, y) dx + Q(x, y) dy,$$

jeżeli K jest krzywą daną równaniem $y = \arccos \frac{x}{\pi}$ od punktu $A = (\pi, 0)$ do punktu $B = (0, \frac{\pi}{2})$.



Imię i nazwisko: _____

4. (11p.)

a) Oblicz całkę:

$$\int_K 2xy \, dx + x^2 \, dy,$$

gdzie K to krzywa dana równaniem $x = e^y$ od punktu $A = (1, 0)$ do punktu $B = (e, 1)$.

b) Oblicz masę części okręgu $x^2 + y^2 = 4$ leżącej w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych, której gęstość wyraża się wzorem $\rho(x, y) = x$.

