

Kolokwium 2

Metody probabilistyczne matematyki dyskretnej

19 stycznia 2023

Zadanie 1 (12p). Kolorowanie krawędzi grafu G nazywamy kolorowaniem *bez trójkątów*, jeżeli pokolorowany graf nie zawiera monochromatycznych trójkątów. Udowodnij, że każdy graf o stopniu maksymalnym Δ ma kolorowanie bez trójkątów przy użyciu $3\sqrt{\Delta}$ kolorów.

Zadanie 2 (14p). Niech $G = (V, E)$ będzie grafem nieskończonym, którego stopień maksymalny jest równy $\Delta < \infty$. Udowodnij, że $\chi'(G) \leq \Delta + 1$.

Zadanie 3 (12p). Udowodnij, że jeżeli $p \ll n^{-k/(k-1)}$, to prawdopodobieństwo, że graf losowy $\mathbb{G}(n, p)$ zawiera (jakikolwiek) drzewo rzędu k , zmierza do zera (przy $n \rightarrow \infty$).

Zadanie 4 (12p). Udowodnij, że jeżeli p jest stałe, to prawdopodobieństwo, że graf losowy $\mathbb{G}(n, p)$ zawiera zbiór niezależny liczebności 2023, zmierza do jedynki (przy $n \rightarrow \infty$).