

1. Rozwiąż podane zależności rekurencyjne:

(a)  $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2} + 16n + 8, n \geq 2, a_0 = 3, a_1 = 9,$

(b)  $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 6 \cdot 5^n + n + \frac{1}{2}, n \geq 2, a_0 = 2, a_1 = 50\frac{1}{2},$

(c)  $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} + 2n - 6, n \geq 2, a_0 = 3, a_1 = 4,$

(d)  $a_n = 5a_{n-1} + 6a_{n-2} + 7 \cdot 6^n, n \geq 2, a_0 = 7, a_1 = 15,$

(e)  $a_{n+3} = 2a_{n+2} + a_{n+1} - 2a_n + 15 \cdot 4^{n+2}, n \geq 0, a_0 = 4, a_1 = -6, a_2 = 64.$

2. Ułóż zależności rekurencyjne dla ciągów opisanych w następujący sposób:

(a)  $a_n$  - liczba  $n$ -literowych słów nad alfabetem 26-literowym, takich że łączna liczba wystąpień liter A, E, I, O, U jest parzysta.

(b)  $a_n$  - liczba podziałów zbioru  $\{1, 2, \dots, n\}$  na dwa niepuste podzbiory.

(c)  $a_n$  - liczba wież ułożonych z monet o nominałach 1, 2, 5 o sumarycznej wartości równej  $n$ .

(d)  $a_n$  - liczba  $n$ -wyrazowych ciągów utworzonych z cyfr  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ , takich że bezpośrednio przed każdą z cyfr 3, 4, 5 stoi cyfra 1.

(e)  $a_n$  - liczba sposobów, na które można zapełnić planszę o wymiarach  $3 \times n$  za pomocą klocków o wymiarach  $1 \times 3$  i  $2 \times 3$  (klocki można obracać).