

## TEORIA

**Definicje:** kwadrat łaciński; prostokąt łaciński

**Twierdzenia:** tw. o rozszerzeniu ŁP do ŁK – wersja z dopisywaniem wierszy i warunek dla ogólnego ŁP

## A. ZADANIA NA ĆWICZENIA

A1 Uzupełnij poniższe prostokąty do kwadratów łacińskich  $n \times n$ , lub uzasadnij, powołując się na odpowiednie twierdzenie, że jest to niemożliwe.

(a)

$$\begin{bmatrix} 1 & 7 & 9 & 3 & 6 & 4 \\ 6 & 3 & 4 & 2 & 8 & 7 \\ 8 & 2 & 5 & 1 & 3 & 6 \\ 3 & 8 & 1 & 7 & 2 & 9 \\ 2 & 1 & 8 & 4 & 9 & 3 \end{bmatrix}, \quad \text{dla } n = 9$$

(b)

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 & 5 & 2 \\ 5 & 2 & 6 & 7 & 3 \\ 1 & 7 & 4 & 2 & 5 \\ 4 & 5 & 3 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \quad \text{dla } n = 7$$

A2 Mówimy, że dwa kwadraty łacińskie rzędu  $n$  z elementami ze zbioru  $\{1, \dots, n\}$  są podobne, jeżeli jeden da się otrzymać z drugiego poprzez pewną liczbę operacji permutowania elementów oraz zamiany miejscami dwóch wierszy lub dwóch kolumn. Udowodnij, że każde dwa kwadraty łacińskie rzędu 3 są podobne lub wskaż odpowiedni kontrprzykład.

A3 Niech  $n = 2m + 1$ . Udowodnij, że macierz  $A = [a_{ij}]$ , gdzie

$$a_{ij} = (m + 1) \cdot (i + j) \bmod n, \quad \text{dla } i, j \in \mathbb{Z}_n,$$

jest symetrycznym kwadratem łacińskim o różnych elementach na przekątnej. Znajdź macierz  $A$  dla  $m = 2$ .

## B. ZADANIA NA ĆWICZENIA - JEŚLI CZAS POZWOLI

B1 Dany jest prostokąt łaciński  $P(p, q, n)$ , który da się rozszerzyć do kwadratu łacińskiego  $\text{ŁK}(n)$ . Sformułuj i udowodnij warunek konieczny i wystarczający dotyczący wymiarów prostokąta na to, aby taki prostokąt łaciński dało się rozszerzyć do kwadratu łacińskiego  $\text{ŁK}(n + 1)$ .

## C. ZADANIA DO SAMODZIELNEJ PRACY

C1 Uzupełnij poniższe prostokąty do kwadratów łacińskich  $n \times n$ , lub uzasadnij, powołując się na odpowiednie twierdzenie, że jest to niemożliwe.

(a)

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 1 & 5 & 2 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \text{dla } n = 6$$

C2 Uzupełnij (dowolną metodą) do kwadratu łacińskiego:

	2			3		9		7
	1							
4		7				2		8
		5	2				9	
			1	8		7		
	4				3			
				6			7	1
	7							
9		3		2		6		5