

TEORIA

Definicje: równanie rekurencyjne jednorodne; równanie rekurencyjne niejednorodne;

Twierdzenia: tw. o równaniu charakterystycznym; metoda przewidywań (funkcje wielomianowe i wykładnicze);

A. ZADANIA NA ĆWICZENIA

A1 Rozwiąż równania rekurencyjne:

$$(a) a_n = 4a_{n-1} - 3a_{n-2} + 4 \cdot 3^n, a_0 = 7, a_1 = 27$$

$$(b) a_n = a_{n-2} + 3n - 2, a_0 = 1, a_1 = -3$$

A2 W plutonie jest n żołnierzy stojących w szeregu przed panem plutonowym, który ma ich podzielić na pewną liczbę (niepustych) drużyn i w każdej drużynie wyznaczyć dowódcę. Każda drużyna ma się składać z żołnierzy stojących kolejno w szeregu. Na ile sposobów plutonowy może wykonać swoje zadanie?

A3 Niech a_n oznacza liczbę takich ciągów ternarnych długości n , w których każde dwa kolejne wyrazy różnią się o co najwyżej 1. Podaj równanie rekurencyjne, które spełnia ciąg a_n , a następnie rozwiąż je.

A4 Rozwiąż układ równań rekurencyjnych:

$$\begin{cases} a_n = 2a_{n-1} + b_{n-1} \\ b_n = a_{n-1} + 2b_{n-1} \end{cases}, \quad \begin{cases} a_0 = 3 \\ b_0 = 1 \end{cases}$$

B. ZADANIA NA ĆWICZENIA - JEŚLI CZAS POZWOLI

B1 Ułóż i rozwiąż zależność rekurencyjną na a_n - liczbę n -literowych słów nad alfabetem 26-literowym, takich że łączna liczba wystąpień liter A, E, I, O, U jest parzysta.

C. ZADANIA DO SAMODZIELNEJ PRACY

C1 Rozwiąż równania rekurencyjne:

(a) $a_n = 8a_{n-1} - 16a_{n-2} - 3^n$, $a_0 = 3$, $a_1 = 21$

(b) $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 6 \cdot 5^n + n + \frac{1}{2}$, $n \geq 2$, $a_0 = 2$, $a_1 = 50\frac{1}{2}$

(c) $a_n = 9a_{n-1} - 18a_{n-2} - 2^n 3^{n+1}$, $a_0 = 15$, $a_1 = 18$

C2 Cukiernia dysponuje trzema rodzajami czekoladek: wiśniowymi, orzechowymi oraz migdałowymi, które rozkłada na taśmie. Ułóż zależność rekurencyjną na liczbę n -elementowych ciągów czekoladek, takich że czekoladki wiśniowe nie występują pojedynczo (każda wiśniowa czekoladka leży obok innej wiśniowej czekoladki).