

Lista 3 - Ciało liczb zespolonych - postać trygonometryczna liczby.

1. Przedstawić w postaci trygonometrycznej liczby zespolone

(a) $7 - 7i$, $-\sqrt{3} + i$, $\sqrt{3} + i$, $-1 - \sqrt{3}i$, $-5 + 5i$;

(b) $\sqrt{6} - \sqrt{2} + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})$.

Podać argument główny każdej liczby.

2. Obliczyć (wynik podać w postaci algebraicznej)

(a) $(1 - i)^{101}$;

(b) $\left(\frac{1 - i\sqrt{3}}{-1 + i}\right)^{12}$;

(c) $\frac{(1 - i)^{10}}{(1 - i\sqrt{3})^6}$.

3. Zilustrować na płaszczyźnie zespolonej następujące zbiory:

(a) $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Arg}(z + 3 - i) = \pi\}$;

(b) $\left\{z \in \mathbb{C} : \pi \leq \operatorname{Arg}((-2 + 2i)z) < \frac{3}{2}\pi\right\}$;

(c) $\left\{z \in \mathbb{C} : \frac{\pi}{3} < \operatorname{Arg} \bar{z} \leq \frac{3}{2}\pi\right\}$;

(d) $\left\{z \in \mathbb{C} : \frac{\pi}{2} \leq \operatorname{Arg} z^3 \leq \pi\right\}$;

(e) $\left\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Arg} \frac{i}{z} = \frac{3}{4}\pi\right\}$.

4. Korzystając ze wzoru de Moivre'a wyrazić funkcje $\cos 3x$ oraz $\sin 3x$ za pomocą funkcji $\sin x$ oraz $\cos x$.