

Lista 4 - Ciało liczb zespolonych - pierwiastkowanie, postać wykładnicza, równania.

1. Obliczyć i narysować na płaszczyźnie zespolonej pierwiastki

(a) $\sqrt[4]{-8i}$, $\sqrt[6]{\frac{1-i}{\sqrt{3}+i}}$;

(b) $\sqrt[3]{-i}$, $\sqrt{-4}$, $\sqrt[4]{1}$.

2. Przedstawić w postaci wykładniczej liczby zespolone

(a) $7-7i$, $-\sqrt{3}+i$, $\sqrt{3}+i$, $-1-\sqrt{3}i$, $-5+5i$;

(b) $\sqrt{6}-\sqrt{2}+i(\sqrt{6}-\sqrt{2})$.

Podać argument główny każdej liczby.

3. W zbiorze liczb zespolonych rozwiązać równania:

(a) $2z + (1+i)\bar{z} = 1-3i$, $|z| + z = 8+4i$;

(b) $z^2 + 2iz + 3 = 0$, $z^2 - (2+i)z - 1 + 7i = 0$, $z^4 + z^2 + 1 = 0$;

(c) $z^7 = \bar{z}i$, $-\bar{z}^4 = (-z)^3$, $|z|^2 = \frac{4}{z^2}$, $(\bar{z})^6 = -8z|z|\bar{z}$;

(d) $z^4 = (1-i)^4$, $z^6 = \left(\frac{1-\sqrt{3}i}{-1+i}\right)^{12}$, $(2z-2)^4 = \left(\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i\right)^8$.