

Temat 1

Zadanie 1

Niech X_1, \dots, X_n będzie próbą prostą z rozkładu $\text{Gamma}(\theta, k)$, gdzie θ jest parametrem skali, a k jest parametrem kształtu. Skonstruuj test o rozmiarze $\alpha = 0.05$ oparty na ilorazie wiarygodności i przetestuj $H_0 : \theta = 1$, przeciwko alternatywie $H_1 : \theta \neq 1$. Narysuj wykres mocy empirycznej dla $n = 50$, $k = 1$ oraz $\theta \in [0.5, 3]$.

Zadanie 2

Niech $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ będzie próbą prostą z rozkładu dwuwymiarowego normalnego. Rozważmy trzy testy niezależności o rozmiarze $\alpha = 0.05$:

1. test korelacji Pearsona,
2. test korelacji Spearmana,
3. kopułowy test Kołmogorowa - Smirnowa.

Narysuj na jednym wykresie funkcje mocy empirycznych dla wyżej wymienionych testów. Przyjmij $n = 200$ oraz niech $Y_i = \frac{X_i}{2} + \varepsilon_i$, gdzie X_1, \dots, X_n oraz $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ będą niezależnymi próbkami prostymi z rozkładów $N(8, 2)$ i $N(0, \sigma^2)$ odpowiednio oraz niech $\sigma^2 \in \{1, 1.5, 2, \dots, 10\}$.