Bajka o trzech wektorach ;-)

(wzięte z http://www.jakubw.pl/inne/bajka.html)

Za siedmioma przestrzeniami, za siedmioma podprzestrzeniami dana była pewna unormowana, dobrze uporządkowana rodzina wektorów w1, w2, w3, ... Nie były one przynależne do żadnej wartości własnej, a mimo to rodzina żyła zgodnie i szczęśliwie. Nie mieli żadnych kłopotów prócz jednego: jak zarobić na życie.

Od okresu do okresu, od -pi do +pi pracowali w pocie czoła w bazie wielowymiarowego Sympleksu – wyzyskiwacza, darmozjada i homotopijcy, który całe swoje życie przeżył według zasady najmniejszego działania. I ruszyli się wektorowi bracia, striangulowali Sympleks, zrobili z niego Kompleks, ale doli swej nie polepszyli. Wyczynia on z nimi swoje homologiczne sztuczki: a to na brzeg wyrzuci, a to obszar określoności do punktu ściągnie...

– Niedobrze żyć z takim Kompleksem – doszli do wniosku bracia. – Nie ma na niego żadnych ograniczeń.

I umyślili trzej najstarsi bracia w1, w2 i w3 wyruszyć w świat, obejść wszystkie przestrzenie i wszystkie podprzestrzenie, wszystkie powierzchnie i rozmaitości i znaleźć dogodny i prawy układ współrzędnych. Pokłonili się po raz ostatni starej Macierzy, podjęli ją za kolumny, a potem wyszli na czysto potencjalne pole i ruszyli ze skokiem h/2 dokąd oczy poniosą. Pi idą, 2pi idą, 3pi idą, a potencjał wokół nich maleje i maleje. Popatrzyli bracia, a tu przed nimi na gładziutkiej płaszczyźnie zespolonej bieleje potok stabilny. Niezwyczajny to potok, bo w podkowę Smale'a się zawijający.

– Ech, połowić by rybki-skalarki – westchnął w1.

– A czemuż by nie? – zgodzili się bracia. Z punktu brzegowego zarzucili swą sieć epsilonową, którą już dziad ich dziada w nieośrodkowych oceanach domykał. A trzeba wam wiedzieć, że drzewiej nie takie epsilony jako dziś bywały. Patrzą bracia: w sieci ryba-sigma się trzepocze, ludzkim głosem przemawia:

– Nie gubcie mnie, mili moi, wypuśćcie mnie do wody a jeszcze się wam za to odwdzięczę.

Wypuścili ją bracia na wolność, a sami poszli dalej. Uszli trochę więcej niż 0, trochę mniej niż A, patrzą: przy drodze parametr mniejszy od jedności leży, z głodu płacze. Co się próbuje podnieść do kwadratu, to jeszcze mniejszy się staje. Ulitowali się nad nim bracia, jedynkę dodali. Zaczął rosnąć parametr, a gdy osiągnął lokalne maksimum, pokłonił się braciom w pas i powiada:

– Pamiętajcie o mnie, a ja jeszcze mogę się wam przydać. – I przepadł tak jakby go w ogóle nie było.

Pociemniało nagle niebo, słońce schowało się za czarną chmurę. Zawirowały w powietrzu liście Kartezjusza, zakręciły się turbulentne wiry, na polach wektorowych zakołysały się snopy koherentne, źdźbła z nich wiązkami lecą. Ogniste błyskawice rozdarły niebieską sferę Riemanna. Obejrzeli się bracia, szukają schronienia. Patrzą: przy drodze stoi chatka na kurzej łapce.

– Chatko, chatko, odwróć się do nas plusem, do lasu minusem! – Zakołysała się chatynka, zakręciła. Weszli bracia do środka i dusza im się raduje. Stoi na środku izby stół i ugina się od jadła. Podjedli bracia, pytają: – Jest tu kto? Odezwij się w imię Boże! – Patrzą, a zza pieca wychodzi kudłaty stwór: ni to wektor, ni to skalar, szczeciną pokryty, zakuty w łańcuchy.

– Witajcie, mileńcy moi. Jestem dobrym czarodziejem, a nazywam się Ko-Szi Mak-Loren. Już pół życia

tu siedzę pod strażą okrutnej Nabli-Jagi, bo nie stosowałem się do jej zasady nieoznaczoności…

Nie zdążył dokończyć, bo oto zaświszczało i zaszumiało coś za chatką.

– Uciekajmy – wykrzyknął Ko-Szi Mak-Loren. Rozkuli go bracia i biegną wszyscy ile sił w nogach. Obejrzeli się za siebie i widzą: leci po niebie przepiękna Delta. Uderzyła Delta o ziemię, stanęła na głowie i zmieniła się w straszną Nablę-Jagę. – Czuję, czuję, wektorami tu pachnie.

Ale wektorów i Ko-Szi Mak-Lorena już ani śladu.

Wyprowadził Ko-Szi braci na geodezyjną, pokazał drogę do Dziwogrodu (który będziemy oznaczać dalej przez Divgrad), a sam poszedł swoją drogą. Poszli bracia po linii geodezyjnej, a przed nimi rosły mury Divgradu, podobnie jak rośnie wykres tangensa przy argumencie dążącym do pi/2. A rozbiegały się z nich promienie złociste, tak jak rozbieżne są sumy cząstkowe szeregu harmonicznego. Zaszli bracia do otwartej (a nie domkniętej) gospody „Pod Pierwiastkiem”, pogadali z karczmarką, grubą Tyldą, a ona opowiedziała im o wielkim nieszczęściu, jakie nawiedziło ich gród. Książę Divgradu, wielki Tensor Homomorficzny X, dobry, kowariantny pan, wyprawił Bal Niezmienniczy z okazji 16 rocznicy urodzin swej córki, pięknej Rezolwenty. Takiego balu jeszcze nie było w jego obszarze homomorficzności. Przyjechał na bal sam książę d'Y…, w samosprzężonej kolasce przybył graf Sinus ze swoją Sinusoidą. Wielowymiarowa muzyka delikatnie unosiła się po salach balowych, przy hiperbolicznych stolikach starsi grali w quasipreferansa, w lożach młodzi oddawali się całkowaniu. Strojna w liberie służba na każde skinienie różniczkowała gościom jadło i napitki. Przygasło nagle światło, po ścianach zatańczyły figury Lissajoux, wypłoszyli się goście. A gdy znów rozbłysło światło, spostrzeżono, ze Rezolwenty-krasawicy ani śladu. Metodą szufladkową Dirichleta wykazano, że porwał ją zły czarownik Vandermonde. Dostał on się na bal naruszając warunki homomorficzności Cauchy-Riemanna i dokonując zręcznego podstawienia w szeregach straży.

Mocno wryła się braciom w dusze opowieść Tyldy. I postanowili zmierzyć się ze strasznym Vandermondem i wyzwolić z jego rąk nadobną Rezolwentę. Przez szereg dni i nocy przygotowywali się do wyprawy, wreszcie powróżyli sobie z hodografu i ruszyli w drogę.

Bajka przędzie się wartko, rzecz wolniej się toczy.

Niełatwe warunki brzegowe zagradzały braciom drogę do sąsiedniego obszaru, najeżonego pseudowektorami, w którym panowała klasowa nierówność Schwarza. Ale po obwiedni dostali się bracia do punktu rozgałęzienia, w którym tablica stoi: „Na lewo pójdziesz – współrzędne pogubisz, na prawo pójdziesz – nieskończoność zobaczysz, prosto pójdziesz – przetransponujesz się”. Zmartwili się bracia. Co robić, nie wiedzą. Nagle jak spod ziemi wyrasta przed nimi dobry znajomy Ko-Szi Mak-Loren.

– Znam, znam wasze zmartwienia, bracia moi. Trudna to rzecz pokonać Vandermonde'a. Jego śmierć wyznacza wyznacznik. A wyznacznik ten leży w dodekaedrze, dwie macierze w bok od cyklu Hamiltona. A dodekaedr znajduje się w ikosaedrze. Ikosaedr jest ściśle związany z zerami funkcji meromorficznej: pierwszy węzeł zwyczajny, drugi – nieściągalny, trzeci – logarytmiczny. A funkcja ta ma osobliwość w biegunie i dostać się tam – trudna sprawa. Leży on za 2+3i górami, 3-2i lasami, w zespolonej przestrzeni złego chana Banacha. A przy biegunie siedzi stwór-potwór o przestępnej liczbie zębów, wołają na niego Dekrement. A z drugiej strony siedzi pies Funktor, sobaka złowroga, sierść na nim jak na jeżu z m kolcami, ogon zwija się jak w lemacie o wężu, funktorów pochodnych nie ma, bo nieaddytywna bestia. Taki to wyznacznik trzeba dostać i przyrównać do zera.

Znów wskazał im Ko-Szi Mak-Loren drogę i poszli nią bracia, aż doszli do brzegu niepustego obszaru

wypełnionego cieczą nieściśliwa. Patrzą, myślą, co robić – nie wiedzą. Nagle wychyliła pyszczek z cieczy sigma-ryba, ludzkim głosem przemówiła:

– Teraz ja się wam przydam.

Przewiozła ich na drugi brzeg i wskazała dalszą drogę. Nie zdążyli bracia przejść nawet dwóch okresów, kiedy zagrodziła im drogę nieciągłość pierwszego rodzaju. Ale któż to przed nimi skacze? Mały parametr!

– Wyście mi pomogli, a teraz ja wam pomogę – powiada.

Uderzył o ziemię, rozwinął się w szereg, zwiększył stopnie przy kolejnych wyrazach, potem raz jeszcze i jeszcze raz i przeszli bracia Ck-gładko na drugą stronę.

– A teraz idźcie po śladach operatorów prosto do bieguna – mówi.

Znaleźli w1, w2 i w3 ślady – patrzą, a rozchodzą się one na trzy strony świata. Poszli bracia każdy w swoją stronę. Szedł w1, szedł, a tu jak spod ziemi wyrosły przed nim nieprzeliczalne hordy chana Banacha, wszyscy (poza być może skończona ilością) w formie jordanowskiej, ostrzyżeni równo niczym pod nawias Poissona. – Ech! Nie ujrzę ja już swoich braci-wektorów – pomyślał w1 i rzucił się na wrogów. Ale oto już bracia nadbiegli. Pokonali złego czarnoksiężnika. Psu Funktorowi rzucili padlinę. Połknął Funktor jeden kęs, drugiego nie może, bo nieaddytywny. Udławiła się bestia i zdechła. A tu zatrzęsła się ziemia, wpadła w rezonans i rozpękła się góra. Wyłazi ohydny stwór-potwór Dekrement. Nie stracili bracia głowy. Ze sznurków i lin skonstruowali za pomocą cyrkla i linijki 17-kąt foremny. Narzucili bestii na łeb, zaciągnęli. Zaplątał się potwór, przewrócił się na bok i wyzionął ducha.

Znaleźli bracia licznik i mianownik funkcji meromorficznej, wyznaczyli pierwiastki, strywializowali węzły, dobrali się do ikosaedru, wydostali dodekaedr, pobiegli po cyklu Hamiltona, otrzymali wyznacznik – i przyrównali go do zera.

Tak oto przyszedł koniec na Vandermonde'a. A przed braćmi pojawiła się Rezolwenta, cała i zdrowa, co było do okazania.

UWAGA 1.

Bajka napisana jest dla przypadku n0=3. Posługując się metodą indukcji zupełnej Czytelnik bez trudu uogólni ją na przypadek dowolnego n>3.

UWAGA 2.

W ogólnym przypadku w drugą stronę bajka nie pójdzie.

From:
http://home.agh.edu.pl/~kkulak/ - **Konrad Kułakowski's Home Page**

Permanent link:
http://home.agh.edu.pl/~kkulak/doku.php?id=user:konrad:teaching:misc:bajka-o-trzech-wektorach

Last update: **2016/05/17 00:55**