

## Dyskretne przekształcenie kosinusowe – nowe narzędzie w przetwarzaniu sygnałów pomiarowych

Dr hab. inż. Wiesław KICIŃSKI

Absolwent Wydziału Elektroniki Wojskowej Akademii Technicznej. W latach 1976 - 2006 pracownik naukowy Akademii Marynarki Wojennej, od roku 2006 Uniwersytetu Mikołaja Kopernika. Uprawiane kierunki badań: miernictwo sygnałów przypadkowych, identyfikacja źródeł szumów podwodnych.



[e-mail:w.kicinski@fizyka.umk.pl](mailto:w.kicinski@fizyka.umk.pl)

### Streszczenie

Referat dotyczy zastosowania dyskretnego przekształcenia kosinusowego w przetwarzaniu sygnałów pomiarowych. Własności dyskretnego przekształcenia kosinusowego przedyskutowano w aspekcie przetwarzania sygnałów przypadkowych. Podano przykłady zastosowania wielopoziomowej analizy falkowej w przetwarzaniu sygnałów szumów podwodnych.

**Słowa kluczowe:** dyskretne przekształcenie kosinusowe, przetwarzanie sygnałów pomiarowych, szumy podwodne

### Discrete Cosine Transform – new tool in measuring signals processing

#### Abstract

This paper deals with discrete cosine transform with regard to measuring signals processing. Properties of discrete cosine transform were discussed in the aspect of random signals processing. Some examples of multilevel wavelet analysis with regard to underwater noise signals processing were shown.

**Keywords:** discrete cosine transform, processing of measuring signals, underwater noises

### 1. Wprowadzenie

Algorytmy wyznaczania charakterystyk częstotliwościowych przebiegów przypadkowych bazują na analizie fourierowskiej z wykorzystaniem szybkiego przekształcenia Fouriera.

Rozwinięciem klasycznej analizy fourierowskiej są widma wyższych rzędów (bispektrum oraz trispektrum). Ich rodowód wywodzi się z tzw. statystyk wyższych rzędów (ang. Higher Order Statistics HOS), zaś motywacją do wykorzystania HOS w procesie przetwarzania sygnałów pomiarowych jest to, że zachowują one informację fazową sygnału oraz są odporne na zakłócenia o charakterze gaussowskim [7]. W oparciu o statystyki wyższych rzędów są realizowane zaawansowane algorytmy detekcji zaburzeń w środowisku pomiarowym, dla którego ma uzasadnienie przyjęcie założeń o gaussowskim rozkładzie zakłóceń [9,11].

Z analizy fourierowskiej wywodzą się również metody analizy przebiegów niestacjonarnych: krótkookresowa transformacja Fouriera (ang. Short Time Fourier Transform STFT), transformacje Gabora i Wignera - Ville'a [3].

Frakcją w „królestwie Fouriera” są dyskretne kosinusowe bazy ortonormalne [13], których własności mogą wnieść nową jakość w zagadnieniach pomiaru i analizy przebiegów przypadkowych, zwłaszcza w miernictwie szumów podwodnych.

Dyskretne przekształcenie kosinusowe (ang. Discrete Cosine Transform DCT) zostało zdefiniowane w pracy [1]. Modyfikację jądra dyskretnej transformaty Fouriera [DFT] prowadzącą do DCT podano w [2], zaś definicje czterech odmian DCT, sklasyfikowane przez Wanga [12] można znaleźć w [10,13].

Własnością DCTII jest koncentracja energii sygnału w małej liczbie wektorów bazowych dekompozycji, co skutkuje małą ilością „znaczących” współczynników w dolnym zakresie widma przekształcenia. Zważywszy, że cechą środowiska podwodnego jest silne tłumienie składowych wysokiej częstotliwości (obwiednia charakterystyk widmowych ma nachylenie rzędu 10dB/oktawę), wymieniona własność DCTII była inspiracją do podjęcia próby zmniejszenia redundancji w sygnałach hydroakustycznych a tym samym otrzymania ich zwartej reprezentacji zachowującej istotne cechy informacyjne [4].

Referat dotyczy pewnej klasy sygnałów pomiarowych – szumów podwodnych – niemniej, treści w nim zawarte można uogólnić na inne przebiegi przypadkowe.

W rozdziale 2 zamieszczono podstawy teoretyczne DCT, zaś w rozdziale 3 omówiono trzy klasy zagadnień, reprezentatywnych dla analizy sygnałów pomiarowych szumów podwodnych.

### 2. Dyskretne przekształcenie kosinusowe

Dla ciągu próbek wartości chwilowych sygnału  $x(n)$  para przekształceń w dyskretnej bazie kosinusowej DCTII ma postać [10]

$$X(m) = \left(\frac{2}{N}\right)^{1/2} k(m) \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left[\frac{(2n+1)m\pi}{2N}\right] \quad (1)$$

dla  $m, n = 0, \dots, N-1$

$$x(n) = \left(\frac{2}{N}\right)^{1/2} \sum_{m=0}^{N-1} k(m) X(m) \cos\left[\frac{(2n+1)m\pi}{2N}\right] \quad (2)$$

dla  $m, n = 0, \dots, N-1$

gdzie

$$k(m) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{dla } m = 0 \text{ lub } m = N \\ 1 & \text{dla } 0 < m < N \end{cases}$$

Jądro przekształcenia

$$k(m) \left(\frac{2}{N}\right)^{1/2} \cos\left[\frac{(2n+1)m\pi}{2N}\right] \quad (3)$$

tworzy bazę ortonormalną w przestrzeni  $L^2(\mathbb{R})$ . Własności przekształcenia DCTII można znaleźć w [10].

Dyskretne przekształcenie kosinusowe ma własność koncentracji energii sygnału w małej liczbie wektorów bazowych dekompozycji. Skutkiem tej własności są znaczące wartości współczynników w dolnym zakresie widma transformacji oraz bliskie zeru pozostałe wartości współczynników.

Wielopoziomową dekompozycję sygnału odzwierciedlającą jego strukturę w określonych pasmach częstotliwości otrzymuje się przez dokonanie lokalnych transformacji kosinusowych (ang. local cosine transform), rekursywnie dzieląc segmenty sygnału na połowę. Funkcje bazowe w każdym segmencie są ortogonalnymi sumami prostymi funkcji bazowych jego lewej i prawej połowy.

Segmentacja sygnału za pomocą okna prostokątnego powoduje tzw. efekty przejściowe na granicach przedziałów segmentów. Ich przejawem są współczynniki o dużej amplitudzie w zakresie wysokich częstotliwości. W celu uniknięcia tych efektów, Malvar zaproponował zastosowanie okna wygładzającego (cutoff function) zdefiniowanego następująco [5]

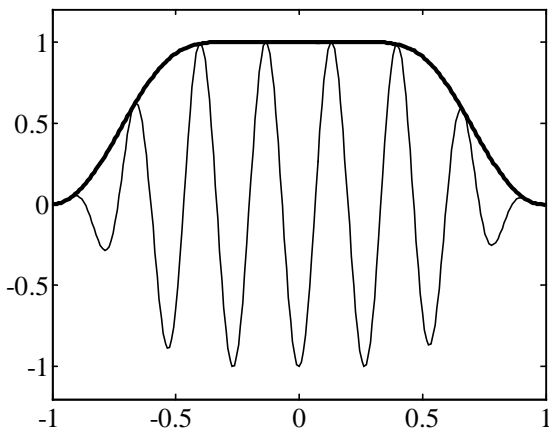
$$g_j = \begin{cases} \beta\left(\frac{n-a_j}{r}\right) & n \in [a_j - r, a_j + r) \\ 1 & n \in [a_j + r, a_{j+1} - r) \\ \beta\left(\frac{a_{j+1}-n}{r}\right) & n \in [a_{j+1} - r, a_{j+1} + r) \\ 0 & n \in (-\infty, a_j - r) \cup [a_{j+1} + r, \infty) \end{cases} \quad (4)$$

gdzie  $\beta(n) = \sin[(\pi/4)(1 + \sin(\pi/2)n)]$ ,  $0 < r \leq \varepsilon$ ,  $0 < \varepsilon \leq a_{j+1} - a_j$  zaś  $j$  – jest numerem segmentu sygnału o szerokości  $I_j = [a_j, a_{j+1})$ .

Rodzina lokalnych funkcji kosinusowych

$$\Psi_m^j(n) = g_j(n) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{|I_j|}} \cos\left(\frac{m\pi}{|I_j|} \left(n + \frac{1}{2} - a_j\right)\right) \quad (5)$$

dla  $m \in N$  ( $N$  – zbiór liczb naturalnych) tworzy bazę ortonormalną w przestrzeni  $L^2(\mathbb{R})$  i nosi nazwę falki Malvara [5].



Rys. 1. Falka Malvara  
Fig. 1. Malvar wavelet

Współczynniki transformacji sygnału  $x(n)$  za pomocą falki Malvara, są rzutem  $x(n)$  w przestrzeni ortonormalnych funkcji bazowych (5)

$$c_m^j = \langle x(n), \Psi_m^j(n) \rangle \quad (6)$$

W aspekcie przetwarzania sygnałów pomiarowych falka Malvara posiada szereg interesujących własności. Po pierwsze, jest zdefiniowana przez funkcję harmoniczną, przez co dobrze aproksymuje składowe oscylacyjne w analizowanych sygnałach.

Ortonormalność funkcji bazowych oraz liniowość transformaty skutkują tym, że współczynniki przekształcenia szumu o rozkładzie gaussowskim mają również rozkład gaussowski.

Współczynniki przekształcenia mogą być obliczone z wykorzystaniem tzw. szybkiego przekształcenia kosinusowego, bazującego na algorytmie FFT.

### 3. DCT w analizie szumów podwodnych

Przetwarzanie sygnałów pomiarowych w przestrzeni kosinusoidalnych funkcji bazowych umożliwia usunięcie redundantnych próbek wartości chwilowych sygnału i otrzymanie jego „zwartej” reprezentacji (kompresja sygnału). W przypadku DCT jest to kompresja stratna, co w metrologii może rodzić pewne kontrowersje. Aby ich uniknąć, zdaniem autora, zamiast rozważać następstwa stratnej kompresji sygnału pomiarowego, DCT można traktować jako narzędzie do pozyskiwania zwartej reprezentacji sygnału, „bliskiej” sygnałowi oryginalnemu – jego aproksymacji zachowującej istotne cechy informacyjne obiektu (zjawiska) poznania.

Taka koncepcja przetwarzania sygnałów pomiarowych, ma uzasadnienie w realizacji celów poznawczych i użytecznych w środowisku podwodnym, zaś jej atutami są:

1. Możliwość filtracji słabych składowych, nie wnoszących do sygnału istotnej informacji o stanie obiektu, bądź środowiska pomiarowego.
2. Transparencja składowych małej częstotliwości – dominujących w sygnałach pomiarowych zarówno dla naturalnych szumów środowiska pomiarowego jak i pochodzących od obiektów w nim funkcjonujących.
3. Możliwość koncentracji energii sygnału w małej ilości współczynników przekształcenia.
4. Dekorelacja ciągów próbek wartości chwilowych sygnałów.

Traktując sygnał  $x_a(n)$  jako aproksymację sygnału  $x(n)$ , względny błąd aproksymacji można zdefiniować następująco

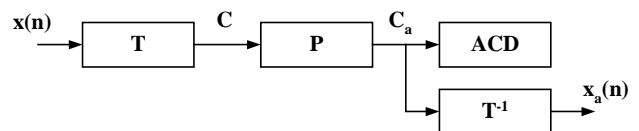
$$MSE = \frac{\sum_{i=0}^{p-1} c_i^2}{\sum_{i=0}^{N-1} c_i^2} \quad (7)$$

gdzie:

- $c_i$  -  $i$ -ty współczynnik przekształcenia,
- $p$  - liczba usuniętych współczynników z ciągu o długości  $N$ .

Przetwarzanie sygnałów pomiarowych z wykorzystaniem DCT obejmuje:

1. Transformację sygnału do przestrzeni współczynników falkowych (T).
2. Usunięcie współczynników o wartościach mniejszych wartości progowej, wg przyjętego kryterium (P).
3. Utworzenie aproksymacji sygnału w przestrzeni współczynników falkowych ( $C_a$ ).
4. Analizę cech dystynktywnych źródła sygnału (ACD).



Rys. 2. Schemat blokowy przetwarzania sygnału pomiarowego  
Fig. 2. Block scheme of processing of measuring signal

Poniżej omówiono wykorzystanie DCT w trzech zagadnieniach reprezentatywnych dla analizy szumów podwodnych, chociaż przeprowadzone rozważania można uogólnić na szerszą klasę przebiegów przypadkowych.

### 3.1. DCT w realizacji celów poznawczych

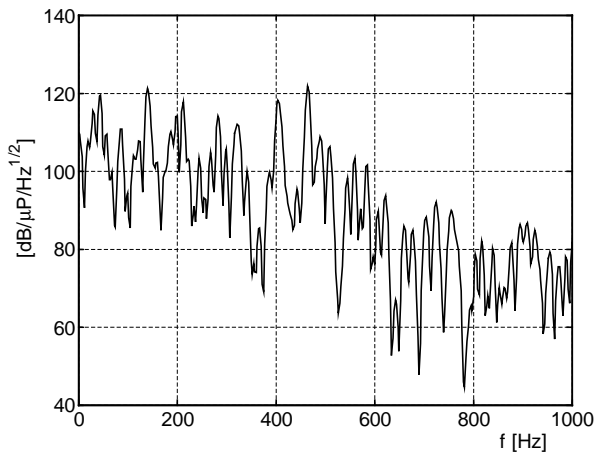
W hydroakustyce, szумы podwodne powodowane przez naturalne zjawiska przyrodnicze oraz nierozpoznawalne źródła dźwięków są obiektem badań dla celów poznawczych.

Kluczowym problemem w realizacji eksperymentów pomiarowych jest zgromadzenie zbiorów sygnałów pomiarowych reprezentatywnych dla zjawisk będących przedmiotem badań.

Oddziaływanie na środowisko pomiarowe infrastruktury lądowej, odległych obiektów pływających a także zjawisk meteorologicznych, są przyczyną trudności w jednoznacznym określeniu warunków pomiaru [4].

Walidacja sygnałów oparta na ich analizie w sensie eksploracyjnym umożliwia odrzucenie tzw. obserwacji odstających a w rezultacie utworzenie zbiorów, które w przestrzeni pomiarów tworzą obszary o określonym skupieniu [4].

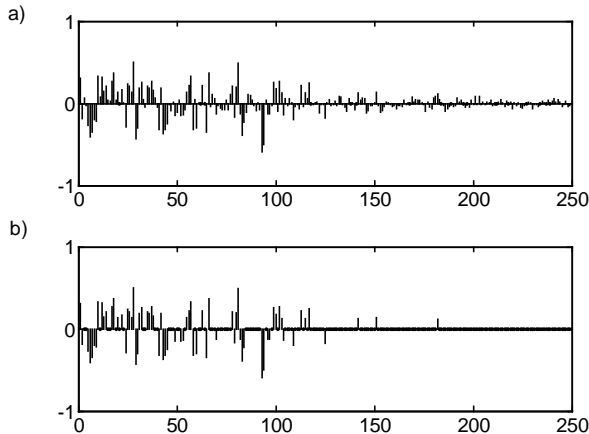
Przykładową charakterystykę widma wartości skutecznej sygnału pomiarowego przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Widmo wartości skutecznej sygnału pomiarowego  
Fig. 3. RMS spectrum of measuring signal

Zwarta reprezentacja sygnałów pomiarowych w przestrzeni współczynników przekształcenia DCT, jest dogodną postacią do stosowania metod analizy dyskryminacyjnej w procesie ich walidacji. W porównaniu np. z analizą szeregów czasowych i analizą tercjomą [4], walidacja sygnałów pomiarowych z wykorzystaniem DCT ma następujące zalety:

1. Stosunkowo łatwe określenie cech dystyngujących poprzez zastosowanie statystycznej metody analizy struktury zbiorowości.
2. Mniejsza złożoność obliczeniowa.
3. Brak konieczności założeń odnośnie statystycznego rozkładu ciągu próbek wartości chwilowej analizowanych sygnałów.



Rys. 4. Współczynniki falkowe: a) sygnał oryginalny, b) aproksymacja  
Fig. 4. Wavelet coefficients: a) original signal, b) approximation

Na rys. 4 przedstawiono współczynniki falkowe sygnału oryginalnego (a) oraz po usunięciu współczynników redundantnych w wyniku zastosowania procedury odsumowania (b). Dla 10% wartości progowej względny błąd aproksymacji (7) wynosi 0.1. Szerokie widmo współczynników aproksymacji wynika ze zbliżonego do gaussowskiego, rozkładu prawdopodobieństwa analizowanego sygnału.

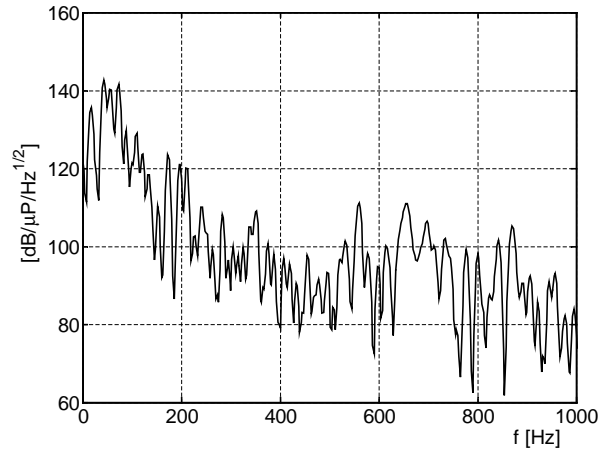
### 3.2. DCT w identyfikacji obiektów

W tzw. systemach pasywnych [4], sygnały szumowe powodowane przez obiekty funkcjonujące w środowisku podwodnym są podstawowym źródłem informacji dla potrzeb detekcji i rozpoznawania obiektów będących ich źródłem. Celem przetwarzania sygnałów pomiarowych jest uzyskanie postaci dogodnej do rozwiązywania zagadnień detekcji, klasyfikacji oraz identyfikacji. Podstawową zaletą wielopoziomowej dekompozycji sygnałów w przestrzeni kosinusowych funkcji bazowych jest możliwość ich analizy w różnych pasmach częstotliwości, przy czym

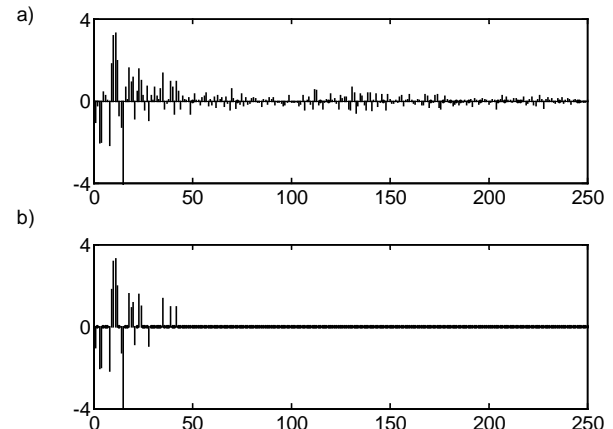
$$\|x\|^2 = \|x^0\|^2 = \|x^j\|^2 \stackrel{def}{=} \sum_m \|x_m^j\|^2; \quad \|x_m^j\|^2 = \|c_m^j\|^2 \quad (7)$$

gdzie:  $x=x(n)$  – oznacza ciąg próbek wartości chwilowej sygnału, zaś  $c$  –współczynniki przekształcenia DCT.

Przykładowe widmo wartości skutecznej sygnału pomiarowego zarejestrowanego podczas badań identyfikacyjnych zaburzeń powodowanych przez pływaka przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5. Widmo wartości skutecznej sygnału pomiarowego  
Fig. 5. RMS spectrum of measuring signal



Rys. 6. Współczynniki falkowe: a) sygnał oryginalny, b) aproksymacja  
Fig. 6. Wavelet coefficients: a) original signal, b) approximation

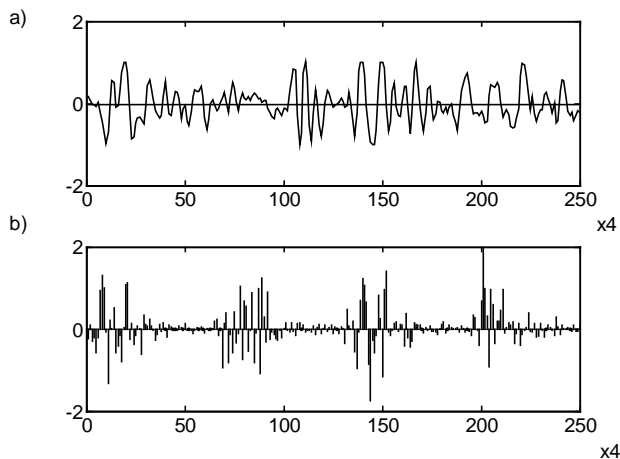
Zaletą przetwarzania sygnałów pomiarowych z wykorzystaniem DCT jest możliwość filtracji składowych szumów naturalnych środowiska pomiarowego oraz zwarta reprezentacja sygnałów, ułatwiająca określenie cech dystyngywnych obiektów będących ich źródłem. Porównując rys. 6b z rys. 4b, łatwo zauważyć w tym drugim większą koncentrację współczynników falkowych. Jest ona skutkiem zawartości w sygnale pomiarowym składowych harmonicznych o dużej amplitudzie, powodowanych przez proces kawitacji towarzyszący działaniu aparatu wspomagającego oddychanie płetwonurka. Dla 10% wartości progowej względny błąd aproksymacji (7) wynosi 0.16.

### 3.3. Analiza przebiegów niestacjonarnych

Ważną klasą niestacjonarnych przebiegów szumowych są tzw. sygnały transjentowe (ang. transient noise). Sygnały pomiarowe są przejawem procesów kawitacji powodowanych przez chmury pęcherzy powietrza towarzyszące między innymi, użyciu uzbrojenia podwodnego czy też instalacji kanalizacyjnej.

W obliczu postępu technologicznego przyczyniającego się do konstrukcji „wyciszonych” akustycznie jednostek pływających, transjentowe sygnały pomiarowe są ważnym obiektem badań w obszarze algorytmów detekcji a nawet identyfikacji okrętów podwodnych.

Szerokopasmowy, oscylacyjny charakter niejednorodności w sygnałach pomiarowych implikuje zastosowanie do ich analizy falki Malvara, która lepiej aproksymuje składowe harmoniczne niż inne, znane funkcje falkowe.



Rys. 7. Przykład analizy sygnału okresowych zaburzeń: a) przebieg czasowy, b) dekompozycja falkowa

Fig. 7. An example of signal analysis of periodic distortion: a) time waveform, b) wavelet decomposition

Wielopoziomowa dekompozycja sygnałów pomiarowych umożliwia lokalizację w czasie niejednorodności w ciągach próbek wartości chwilowych. Jest to istotne w przypadku analizy sygnałów, w których okresowe niejednorodności są cechą osobniczą źródła szumów, np. aparatu wspomagającego oddychanie płetwonurka. Jednym z celów analizy takich sygnałów jest wyznaczenie średniego okresu powtarzalności oraz średniego czasu trwania zaburzeń powodowanych przez obiekt funkcjonujący w środowisku podwodnym.

Na rys. 7 zamieszczono wyniki analizy niestacjonarnego sygnału szumowego zarejestrowanego w eksperymencie pomiarowym, którego celem było badanie cech osobniczych sygnałów powodowanych przez aparat wspomagający proces oddychania płetwonurka. Badania przeprowadzono w ramach realizacji projektu badawczego finansowanego przez MNI. Do analizy sygnałów pomiarowych zastosowano falkę Malvara, która dobrze lokalizowała niejednorodności w sygnale pomiarowym, przez co możliwe było określenie parametrów czasowych procesu oddychania płetwonurka. Na rys. 7b

zamieszczono przykładowy rozkład współczynników falkowych, w którym łatwo można wydzielić okresowe przedziały skojarzone z kawitacją powodowaną „wyrzucaniem” strumienia powietrza z aparatu wspomagającego oddychanie płetwonurka. Mając na względzie, że większości zjawisk związanych z aktywnością obiektów w środowisku podwodnym towarzyszy proces kawitacji, dyskretne przekształcenie kosinusowe może znaleźć zastosowanie w konstrukcji nowych urządzeń hydroakustycznych.

### 3. Podsumowanie

Spotykane w literaturze pojęcie obrazu akustycznego odnosi się do transparentnych cech obiektu (zjawiska), „widzianych” na tle charakterystyki częstotliwościowej szumów środowiska pomiarowego, niekiedy nazywanej charakterystyką tła (ang. ambient noise).

W referacie przedstawiono propozycję wykorzystania dyskretnego przekształcenia kosinusowego do przetwarzania przebiegów szumowych, której celem jest usunięcie redundantnych próbek z ciągów próbek wartości chwilowej sygnału, a tym samym wyeksponowanie istotnych cech sygnału.

Aproksymacja sygnałów pomiarowych w przestrzeni współczynników DCT, jest dogodną postacią do stosowania metod analizy dyskryminacyjnej w procesie ich walidacji, a także do klasyfikacji i identyfikacji źródeł przebiegów przypadkowych.

Chociaż treści zawarte w referacie, głównie dotyczą miernictwa szumów podwodnych, to podobne zagadnienie występuje między innymi w wibroakustyce, gdzie celem przetwarzania sygnałów pomiarowych jest utworzenie obrazu akustycznego obiektu, zawierającego istotne informacje o charakterze diagnostycznym.

W referacie nie omówiono algorytmów redukcji redundantnych współczynników przekształcenia kosinusowego. Algorytmy te są dobrze opracowane w dostępnej literaturze i z powodzeniem mogą być wykorzystane w praktyce.

### 4. Literatura

- [1] Ahmed N., Natarajan T., Rao K.R.: Discrete cosine transform, IEEE Trans. on Comp. C-20, No 3, 1974, str. 90-93.
- [2] Bongiovanni G., Corsini P., Frosini G.: One-dimensional and two-dimensional generalized Fourier transform, IEEE Trans. on Acoustic, Speech and Signal Processing, ASSP-24, No 2, 1976, str. 97-99.
- [3] Cohen L., Time-frequency distributions – A Review, Proc. IEEE, No 6, 1989 str. 941-981.
- [4] Kiciński W.: Problemy pomiarów szumów podwodnych, Prace PIE, Warszawa, 2000.
- [5] Mallat S.: A wavelet tour of signal processing, Academic Press, London, 1999.
- [6] Malvar H.S.: The LOT: transform coding without blocking effects, IEEE Trans. on Acoustic, Speech and Signal Processing, ASSP-37, No 4, 1989, str. 553-559.
- [7] Nikias C.L., Mendel J.M.: Signal Processing with Higher-Order Spectra, IEEE Signal Processing Magazine, No 7, 1993, str. 10-37.
- [8] Olmos S., Garcia J., Jane R., Laguna P.: ECG signal compression plus noise filtering with truncated orthogonal expansions, Signal Processing, No 79, 1999, str. 97-115.
- [9] Pyccok D., Pamm S., Goode A.J., Harman S.A.: Robust model-based signal analysis and identification, Pattern recognition, vol. 34, 2001, str. 2181-2199.
- [10] Rao K.R., Yip P.: Discrete cosine transform, Academic Press, London, 1997.
- [11] Ravier P., Amblard P.O.: Combining an Adapted Wavelet Analysis with Fourth-Order Statistics for Transient Detection. Signal Processing, No 2, 1998, str. 115-128.
- [12] Wang Z., Fast algorithms for the discrete W transforms and for the discrete Fourier transform, IEEE Trans. on Acoustic, Speech and Signal Processing, ASSP-32, No 8, 1984, str. 803-816.
- [13] Zieliński T.P.: Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. WKŁ, Warszawa 2005.