

Zestaw 1

1. Iloma sposobami można ustawić w rzędzie p białych kul i q czarnych ($p > q$) tak, aby żadna czarna kula nie sąsiadowała z czarną.
2. n osób, wśród których jest jeden Bolek i jeden Lolek, ustawia się w szereg. Jakie jest prawdopodobieństwo, że między Bolkiem i Lolkiem jest dokładnie k osób.
3. Dany jest zbiór wszystkich funkcji $f : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Oblicz prawdopodobieństwo, że wybrana funkcja jest różnowartościowa.
4. Wykonujemy cztery rzuty kostką do gry. Obliczyć prawdopodobieństwo, iż liczby oczek uzyskane w kolejnych rzutach tworzą ciąg ściśle malejący.
5. Dany jest n -elementowy zbiór S . Ze zbioru wszystkich podzbiorów zbioru S losujemy kolejno ze zwracaniem dwa zbiory (prawdopodobieństwo wylosowania każdego zbioru jest jednakowe). Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowane zbiory są rozłączne.
6. Liczby $1, \dots, n$ ustawiamy losowo w ciąg. Oblicz prawdopodobieństwo, iż iloczyn każdej pary sąsiednich wyrazów tego ciągu jest liczbą parzystą. Wynik zapisz w najprostszej postaci.
7. Do pociągu składającego się z n wagonów wsiada k pasażerów. Oblicz prawdopodobieństwo, że do każdego wagonu wsiądzie przynajmniej jeden pasażer.
8. Paweł i Gaweł grają w kości standardową kostką sześcienną. Paweł rzuca dwukrotnie zaś Gaweł tylko raz. Gaweł wygrywa, gdy wyrzuci liczbę oczek jednocześnie mniejszą od większej z liczb wyrzuconych przez Pawła i większą od mniejszej z tych liczb. W przeciwnym przypadku wygrywa Paweł. Ile wynosi prawdopodobieństwo wygranej Gawła.
9. Do windy na parterze pięciopiętrowego budynku wsiada dziesięć osób. Obliczyć prawdopodobieństwo, iż
 - a) wszyscy wysiądą na tym samym piętrze,
 - b) na czwartym piętrze wysiądą przynajmniej dwie osoby,
 - c) na każdym piętrze wysiądą po dwie osoby.
10. Dziecko otrzymało w prezencie n jednakowych klocków sześciennych szczelnie wypełniających pudełko. Po zakończonej zabawie dziecko każdorazowo wkłada klocki do pudełka zbierając je na chybił-trafił. Jakie jest prawdopodobieństwo p_n , że po trzykrotnym użyciu klocków przynajmniej jeden z nich znajdzie się w miejscu, na którym był w chwili wręczania prezentu? Znajdź $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$.
11. Wykazać, że jeżeli zdarzenia A, B są niezależne, to A', B' są niezależne oraz A', B są niezależne.
12. Rzucamy symetryczną monetą aż do momentu, gdy po raz pierwszy wypadnie orzeł. Policzyć prawdopodobieństwo, że liczba rzutów będzie:
 - a) parzysta,
 - b) podzielna przez m .