

WMS rok II, Wstęp do Rachunku Prawdopodobieństwa

Zestaw 2

1. W każdej z trzech urn jest 5 kul, przy czym w pierwszej urnie są 4 kule białe i 1 czarna, w drugiej 3 kule białe i 2 czarne, a w trzeciej 2 białe i 3 czarne. Z losowo wybranej urny losujemy bez zwracania dwie kule, odkładamy je, a dokładamy do tej urny 1 kulę białą i 1 czarną. Następnie z tej urny losujemy 1 kulę. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że jest to kula biała, jeżeli w poprzednim losowaniu wyciągnięto 2 kule białe.
2. Mamy $K + 1$ identycznych urn ($K > 1$), z których każda zawiera K kul. W k -tej urnie jest $k - 1$ kul czarnych a pozostałe są białe. Losujemy urnę, a następnie ciągniemy z niej jedną kulę i okazuje się, że jest ona czarna. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że ciągnąc drugą kulę z tej samej urny (bez zwracania pierwszej) również otrzymamy kulę czarną. (*Wykorzystać wzór: $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + (n - 1) \cdot n = (n - 1)n(n + 1)/3$.*)
3. Z dwojga bliźniąt pierwsze jest chłopcem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że drugie też jest chłopcem, jeżeli wśród bliźniąt prawdopodobieństwo urodzenia dwóch chłopców i dwóch dziewcząt są odpowiednio równe p i q , a dla bliźniąt różnopłciowych prawdopodobieństwo urodzenia się jako pierwsze dziecko jest dla obu płci jednakowe?
4. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że przy wielokrotnym rzucaniu parą symetrycznych kostek suma oczek 8 wypadnie przed sumą oczek 7.
5. Owad składa k jaj z prawdopodobieństwem $e^{-\lambda} \lambda^k / k!$, dla $k = 0, 1, 2, \dots$. Potomek wylęga się z jaja z prawdopodobieństwem p niezależnie od innych. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, iż liczba potomków będzie l .
6. Rzucamy trzema kostkami. Jakie jest prawdopodobieństwo, że na żadnej kostce nie wypadła piątka, jeśli na każdej kostce wypadła inna liczba oczek?
7. Rzucamy trzema monetami. Wśród nich tylko jedna jest niesymetryczna (orzeł wypada z prawdopodobieństwem $\frac{2}{3}$). oblicz prawdopodobieństwo, że orzeł wypadł na niesymetrycznej monecie, jeżeli wiadomo, że wypadł dokładnie jeden orzeł.
8. Rzucono 10 razy symetryczną kostką. Jaka jest szansa otrzymania
 - a) pięciu oczek dokładnie trzy razy,
 - b) sześciu oczek conajmniej raz?
9. Dla pewnego gatunku zwierząt prawdopodobieństwo urodzenia samicy wynosi 0,4. Obliczyć prawdopodobieństwo, iż w miocie, w którym urodziło się cztery młode, będą conajmniej trzy samce.
10. Rzucamy czterema kostkami do gry. Następnie rzucamy ponownie tymi kostkami, na których nie wypadły szóstki. W trzeciej rundzie rzucamy tymi kostkami, na których nie wypadły szóstki. W trzeciej rundzie rzucamy tymi kostkami, na których do tej pory nie wypadły szóstki. Obliczyć prawdopodobieństwo, że po trzech rundach na wszystkich kostkach będą szóstki.
11. Rzucono 4 symetryczne kości do gry. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że najmniejsza uzyskana na pojedynczej kości liczba oczek wyniesie trzy (trzy oczka mogą wystąpić na więcej niż jednej kości). Uwaga: warto rozpatrzyć zdarzenia polegające na tym, że ta najmniejsza liczba oczek będzie nie mniejszą niż pewne k .