

2 Rozkłady warunkowe

Zadanie 2.1. Gęstość rozkładu wektora losowego (X, Y) ma postać

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2 - x^2}{8} e^{-y}, & \text{gdzie } y > 0, |x| < y. \end{cases}$$

Znaleźć gęstości rozkładów warunkowych $X|Y$ i $Y|X$. Obliczyć $P(X > 0|Y > 1)$ oraz $P(Y > 1|X > 0)$.

Zadanie 2.2. W urnie znajduje się 21 kul ponumerowanych od 1 do 21. Losujemy jedną kulę. Zmienna X przyjmuje wartość 1, gdy wyciągniemy kulę z numerem parzystym oraz 0 w p.p. Zmienna Y przyjmuje 1, gdy wyciągniemy kulę z numerem podziel-
nym przez 3 oraz 0 w p.p. Znaleźć rozkład łączny wektora $((X + Y)^2, Y)$, a następnie
warunkowy $(X + Y)^2|Y$ i porównać go z rozkładem brzegowym $(X + Y)^2$.

Zadanie 2.3. Znaleźć rozkład warunkowy $X|[X]$ oraz $[X]|X$, gdzie $X \sim \text{Exp}(1)$ ($[x]$ - cecha z x).

Zadanie 2.4. Znaleźć rozkład warunkowy $X|X + Y$, jeśli X, Y - niezależne zmienne losowe o rozkładzie $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

Zadanie 2.5. Znaleźć rozkład warunkowy $X|X + Y$, jeśli X, Y - niezależne zmienne losowe o rozkładach kolejno $\text{Pois}(\lambda), \text{Pois}(\mu)$.