

Technologia Chemiczna, rok1

**CAŁKI NIEWŁAŚCIWE.
ZASTOSOWANIA CAŁEK.**

1. Obliczyć całki niewłaściwe lub pokazać, że są rozbieżne:

$$\begin{array}{ll} a) \int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx, & b) \int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{x-1}}, \\ c) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}, & d) \int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}. \end{array}$$

2. Obliczyć pole obszaru określonego promieniem wodzącym *spirali Archimedesesa* zadanej równaniem

$$r = \varphi \quad \text{dla} \quad \varphi \in [0, 2\Pi].$$

3. Obliczyć długość łuku krzywej zadanej równaniami:

$$(x(t) = 3t^2, y(t) = 3t - t^3), t \in [-\sqrt{3}, \sqrt{3}].$$

4. Obliczyć objętość i pole powierzchni obrotowej bryły powstałej przez obrót wokół osi OX *asteroidy* zadanej równaniami:

$$(x(t) = a \cos^3 t, y(t) = a \sin^3 t), t \in [0, \Pi], a > 0.$$

Zadanie domowe Ptak: 8.40, 8.44, 8.60, 8.53.

Zbadać zbieżność całki

$$\int_3^{\infty} \frac{x+10}{x^3-8}.$$

Obliczyć długość łuku *kardioidy* zadanej równaniem

$$r = 1 + \cos \varphi, \quad \text{dla} \quad \varphi \in [0, 2\Pi].$$

Obliczyć pole obszaru ograniczonego odcinkiem osi OX oraz łukiem *cykloidy* zadanej równaniami:

$$(x(t) = a(t - \sin t), \quad y(t) = a(1 - \cos t)), t \in [0, 2\Pi].$$

Obliczyć objętość stożka kołowego o wysokości h i promieniu podstawy r .