

Inżynieria materiałowa, rok 1

CAŁKI OZNACZONE

1. Metodą całkowania przez części obliczyć całki oznaczone:

$$a) \int_0^1 x^2 e^x dx, \quad b) \int_1^e \ln x dx, \quad c) \int_{-1}^0 x e^{-x} dx.$$

2. Metodą całkowania przez podstawienie obliczyć całki oznaczone:

$$a) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx, \quad b) \int_0^2 \frac{(e^x)^2 dx}{1 + e^x}, \quad c) \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{3x^4 dx}{\sqrt{1 - x^{10}}}.$$

3. Obliczyć pola powierzchni zawarte między podanymi krzywymi. Wykonać ilustracje.

$$a) \quad x = 0, x = 2, y = 0, y = -x^2 + 3x - 2,$$

$$b) \quad y = x^2 - x - 6, y = 14 + 5x - x^2,$$

$$c) \quad y = x^2, y = \frac{x^2}{2}, y = x,$$

4. Obliczyć długości łuków krzywych

$$a) \quad y = \ln(1 - x^2), x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right], \quad b) \quad 2y^2 = x^3, x \in \left[0, \frac{8}{9}\right].$$

5. Obliczyć objętość i pole powierzchni obrotowej bryły powstałej przez obrót względem osi OX funkcji

$$y = \sin x, x \in [0, \pi].$$

6. Obliczyć objętość bryły powstałej przez obrót względem osi OX krzywej

$$8x^2 + 5y^2 = 40.$$

Zadania domowe Ptak: 8.6, 8.9, 8.21, 8.29, 8.31, 8.38,

Obliczyć długości łuków krzywych:

$$y = \ln \sin x, x \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right], \quad y = 2x^2 + 1, x \in [0, 1]$$

Obliczyć objętość (i pole powierzchni) bryły powstałej przez obrót względem osi OX krzywych

$$3y - x^3 = 0, x \in [0, 1], \quad 19x^2 + 4y^2 = 76.$$