

## Technologia chemiczna, 1 rok

### FUNKCJE DWÓCH ZMIENNYCH

1. Wyznacz i narysuj dziedziny naturalne następujących funkcji:

$$a) f(x, y) = \frac{x^2 y}{\sqrt{x^2 + y^2 - 25}}, \quad b) h(x, y) = 2xy - \operatorname{tg}(2x) + \operatorname{ctg}(y).$$

2. Oblicz pochodne cząstkowe pierwszego rzędu następujących funkcji:

$$a) f(x, y) = x^2 y - 2y - x + 1,$$

$$b) g(x, y) = y \cos x + \ln(xy) + 2x,$$

$$c) h(x, y) = (2x + y)^2 - 2y \operatorname{tg} x, \quad \text{w punkcie } P = (0, 2).$$

3. Oblicz gradient i pochodną kierunkową funkcji  $f(x, y) = \sin x \cos y$  w punkcie  $P = (0, \pi)$  w kierunku wektora  $\vec{v} = \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .

4. Oblicz pochodne cząstkowe drugiego rzędu funkcji:

$$f(x, y) = 3x^2 y^2 - 2x + y.$$

5. Znajdź ekstrema lokalne następujących funkcji:

$$a) f(x, y) = (2x + 1)^2 - (y - 10)^2, \quad b) g(x, y) = 10xy - x^3 - y^3,$$

$$c) h(x, y) = 2x^2 - 3y^2 + 5.$$

6. Znajdź najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$$

w trójkącie domkniętym ograniczonym przez proste o równaniach  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $x + y + 3 = 0$ .

7. Znajdź najmniejszą i największą wartość funkcji

$$g(x, y) = 2x^2 - 2y^2$$

w kole  $x^2 + y^2 \leq 4$ .

**Zadanie domowe** Ptak: 13.4, 13.7, 13.11, 13.15, 13.25a), 13.26, 13.82, 13.98, 13.112, 13.146, 13.151, 13.156.

Oblicz gradient i pochodną kierunkową funkcji  $f(x, y) = x^2 + y^2$  w punkcie  $P = (-3, 4)$  w kierunku wektora  $\vec{v} = \left(\frac{12}{13}, \frac{5}{13}\right)$ .