

## Technologia chemiczna, rok 1

### CAŁKI KRZYWOLINIOWE

1. Obliczyć podane całki krzywoliniowe skierowane:

1)  $\int_{\widehat{AB}} (x^2 - 2xy)dx + (2xy + y^2)dy$ , gdzie  $\widehat{AB}$  jest łukiem paraboli  $y = x^2$  od  $A = (1, 1)$  do  $B = (2, 4)$ ,

2)  $\int_L y^2 dx + x^2 dy$ , gdzie  $L$  jest górną połową elipsy  $x = a \cos t, y = b \sin t$ , w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara,

3)  $\int_{\widehat{OA}} 2xy dx - x^2 dy$ , gdzie  $O = (0, 0), A = (2, 1)$  oraz

a)  $\widehat{OA}$  to odcinek łączący  $O$  i  $A$ ,

b)  $\widehat{OA}$  jest odcinkiem paraboli symetrycznej względem osi  $OY$ ,

c)  $\widehat{OA}$  jest odcinkiem paraboli symetrycznej względem osi  $OX$ .

4)  $\int_L (2a - y)dx + xdy$ , gdzie  $L$  jest pierwszym łukiem cycloidy  $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t)$  zgodnie ze wzrostem  $t$ .

2. Obliczyć podane całki krzywoliniowe nieskierowane:

1)  $\int_K (x^2 + y)ds$ , gdzie  $K$  jest odcinkiem łączącym  $(0, 2)$  i  $(2, 4)$ ,

2)  $\int_L (x^2 + y^2)ds$ , gdzie  $L$  jest krzywą zadaną równaniami  $x(t) = a(\cos t + t \sin t), y(t) = a(\sin t - t \cos t)$ , dla  $t \in [0, 2\pi]$ ,

3)  $\int_K yds$ , gdzie  $K$  jest fragmentem paraboli  $y^2 = \frac{1}{2}x$  łączącym punkty  $(0, 0)$  i  $(2, 1)$ ,

4)  $\int_L x^2 y ds$ , gdzie  $L$  jest częścią okręgu leżącą w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych.

**Zadanie domowe Ptak:** 15.1, 15.4, 15.6, 15.21, 15.23, 15.25.