

Inżynieria materiałowa, rok 1

MACIERZE

1. Wykonać działania na macierzach:

$$a) \quad 2 \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}, \quad b) \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 4 & -2 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$c) \quad 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}^T, \quad d) \quad [1 \ 2 \ 3 \ 4] \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

2. Obliczyć wyznaczniki macierzy:

$$a) \quad \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 8 & -5 \end{vmatrix}, \quad b) \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix},$$

$$c) \quad \det \begin{bmatrix} 1 & -i & 0 \\ 2i & 3 & 2 \\ -i & 0 & -2i \end{bmatrix}.$$

3. Stosując rozwinięcie Laplace'a obliczyć wyznaczniki:

$$a) \quad \det \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad b) \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 6 \\ -1 & -2 & 3 & 0 & -2 \\ -2 & -2 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & 0 & 3 \end{vmatrix}.$$

4. Znaleźć macierze odwrotne do podanych:

$$a) \quad \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}, \quad b) \quad \begin{bmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{bmatrix},$$

$$c) \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

5. Wyznaczyć rzędy macierzy:

$$\begin{array}{ll} a) \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -8 & 4 \end{bmatrix}, & b) \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \\ c) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}, & d) \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \end{array}$$

6. Wyznaczyć rzędy macierzy doprowadzając je do postaci schodkowej:

$$\begin{array}{ll} a) \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 7 \\ 1 & -1 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \end{bmatrix}, & b) \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 4 & -2 & -3 \end{bmatrix}, \\ c) \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & -5 & 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}, & d) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 4 & 7 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ -1 & -2 & -3 & 5 & -3 \end{bmatrix}. \end{array}$$

7. Rozwiązać równania macierzowe:

$$\begin{array}{l} a) X + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \left(X - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \right), \\ b) \left(\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + 3X \right)^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}. \end{array}$$

Zadanie domowe Ptak: 10.2, 10.3, 10.6, 10.7, 10.10, 10.21, 10.25, 10.43, 10.50, 10.41, 10.42.